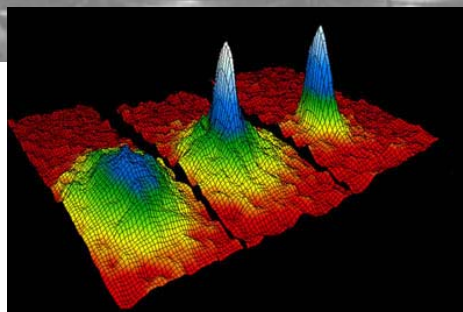
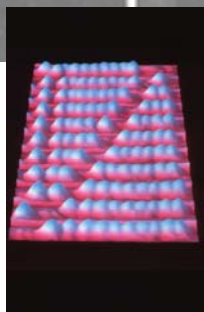


# ***Physique Expérimentale***



**Master M1 *Physique***

## **PREMIER SEMESTRE**

Dans la vie scientifique, les problèmes ne se posent pas d'eux mêmes. C'est précisément ce sens du problème qui donne la marque du véritable esprit scientifique: toute connaissance est la réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir de connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné d'avance. Tout est construit.

Gaston Bachelard (1884-1962)

Il faut une grande maturité pour comprendre que l'opinion que nous défendons n'est que notre hypothèse préférée, nécessairement imparfaite, probablement transitoire, que seuls les très bornés peuvent faire passer pour une certitude ou une vérité.

M. Kundera

## **TABLE DES MATIÈRES**

### **PHYSIQUE ATOMIQUE ET MOLÉCULAIRE**

Fluorescence du Rubis  
Résonance de Spin Électronique  
Seuil d'excitation de l'Hélium  
Spectrométrie Gamma  
Photodétecteurs

### **HYPERFREQUENCES**

Propagation guidée, sources & détecteurs, mesure du TOS  
Cavités résonnantes

### **PHYSIQUE DU SOLIDE**

Structure de bandes en acoustique  
Constante de Boltzmann et gap du Si  
Diffraction des rayons X  
Détermination de la bande interdite du germanium  
Photoluminescence de l'arséniure de gallium

## FLUORESCENCE DU RUBIS

### BUT:

Observation du spectre d'absorption et de fluorescence, mesure de la durée de vie radiative d'un niveau.

### THÉORIE

Le Rubis est une variété de corundum ( $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ) cristallisé sous forme rhomboédrique, il est dopée (de 0,04% à 0,5%) avec des ions chrome  $\text{Cr}^{3+}$ , auxquels il doit sa couleur. Ces ions remplacent les ions  $\text{Al}^{3+}$  et sont disséminés dans le réseau cristallin. Les niveaux d'énergie des ions  $\text{Cr}^{3+}$  (configuration  $[\text{Ar}] 3d^3$ ) (fig.1) sont modifiés par le champ cristallin et les transitions entre ces nouveaux niveaux donnent lieu à des propriétés intéressantes du spectre du rubis. L'effet du champ cristallin sur le quartet le plus bas  $^4F$  d'un ion  $\text{Cr}^{3+}$  isolé est montré en Fig. 1; ce niveau est dédoublé et élargi. La transition entre le fondamental  $^4A_2$  et l'état excité  $^4F_2$  correspond à une raie à 556 nm, dans la région verte du spectre, la successive a lieu dans le violet (404 nm). La lumière transmise à travers le cristal est rouge mais elle contient aussi du bleu.

On note maintenant que les deux transition dans le vert et le violet sont permises alors que la transition  $^4A_2 \rightarrow ^2E$  (dans le rouge) est fortement interdite (changement de multiplicité) et n'est pas susceptible d'être absorbée.

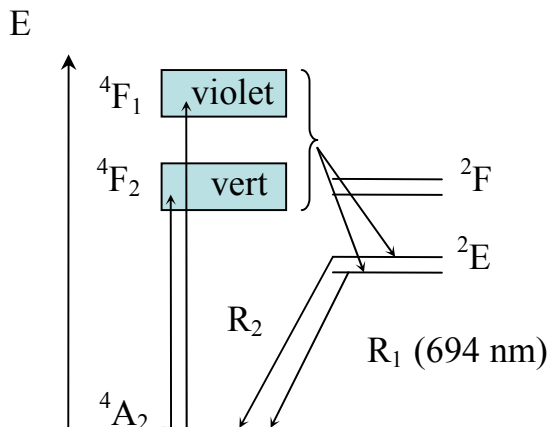


Fig. 1: Rubis

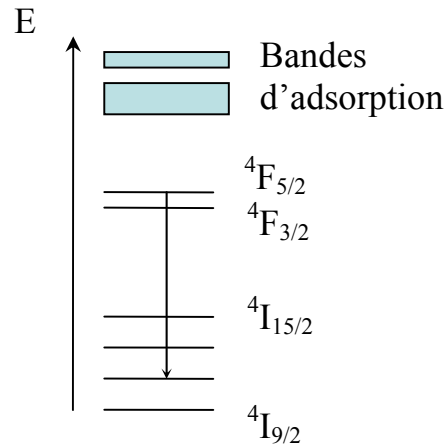


Fig. 2: YAG

Les niveaux d'énergies de l'ions  $\text{Cr}^{3+}$  présentent des propriétés qui rendent possible une inversion de population ainsi le rubis peut servir de milieu amplificateur dans un laser. Lorsque les centres  $\text{Cr}^{3+}$  absorbent la lumière les niveaux  $^4F$  sont peuplés et se dés excitent, en partie, par une transition non radiative (assistée par phonons) vers l'état  $^2E$ . La probabilité de transition de  $^4F_2$  vers  $^4A_2$  est de  $(3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1})$ , mais celle de  $^4F_2$  vers  $^2E$  est considérablement plus forte:  $(2 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1})$ , de sorte que l'énergie acquise lors de l'excitation se retrouve presque entièrement sur  $^2E$ . La transition de  $^2E$  vers le fondamental  $^4A_2$ , à 694,3 nm, étant interdite, il lui correspond une longue durée de vie

qu'il est possible de mesurer directement en excitant un échantillon de rubis par une impulsion brève est en mesurant la décroissance de l'intensité lumineuse au cours du temps.

## MANIPULATION

### a) Spectre d'absorption et d'émission du rubis.

Placer devant la fente d'entrée du spectroscope (préalablement étalonné sur la raie verte du mercure à 546,0 nm), un échantillon que l'on éclaire, quasi perpendiculairement à l'axe du spectroscope, par une source de lumière blanche (Fig.3); régler la quantité de lumière incidente de sorte que la lumière de fluorescence ne soit pas noyée dans le flux de lumière blanche. Observer le spectre d'émission dans le domaine orange-rouge, interposer des filtres de couleurs entre la source et l'échantillon: observer l'influence d'un filtre rouge et celle d'un filtre vert, mesurer la longueur d'onde des raies observées et comparer avec les valeurs couramment admises.

### b) Spectre d'émission et d'absorption du YAG.

Le YAG (Yttrium-Aluminun-Garnet) est un cristal de  $Y_3Al_5O_{12}$  dans lequel 1% environ de  $Y^{3+}$  est substitué par du  $Nd^{3+}$ . Le spectre d'absorption du YAG présente de nombreuses raies dans le spectre visible. Le spectre de fluorescence (Fig. 2) présente 8 raies dans la région 1052 nm 1123 nm correspondant aux transitions entre les niveaux  $^4F_{3/2}$  et  $^4I_{11/2}$  où la raie à 1064 nm domine. C'est cette raie intense qui est communément choisie pour l'effet laser mais d'autres transitions telles que:  $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{9/2}$ ,  $^4I_{13/2}$ ,  $^4I_{15/2}$  sont possibles.

Même montage avec un échantillon de YAG. Observer, dans le domaine vert rouge, puis en modifiant l'orientation de la source, observer le spectre d'absorption; localiser les principales bandes d'absorptions.

### c) Fluorescence: durée de vie du niveau.

L'étude consiste à éclairer un échantillon par une courte impulsion de lumière blanche et à mesurer la décroissance temporelle de la lumière émise par cet échantillon en admettant qu'un seul niveau est concerné.

Le dispositif expérimental est composé d'une lampe flash (stroboscope) placée sous le contrôle d'un générateur BF constituant le dispositif excitateur, d'un échantillon (rubis et YAG) et d'un détecteur constitué d'un phototransistor rapide et d'un amplificateur opérationnel (Fig.4). Le signal utile,  $S(t)$ , témoin de la fluorescence (c'est-à-dire lors des intervalles de temps pendant lesquels le flash ou la diode sont éteints) est acquis par un oscilloscope numérique.

Mesurez la durée de vie des raies d'émission du Rubis et du YAG en observant la décroissance temporelle de la lumière émise par l'échantillon. Cette décroissance se présente comme un exponentiel. Expliquez pourquoi puis mesurez le temps caractéristique de cette décroissance soit par l'intermédiaire du logiciel Igor Pro, soit par une mesure directe sur l'oscilloscope.

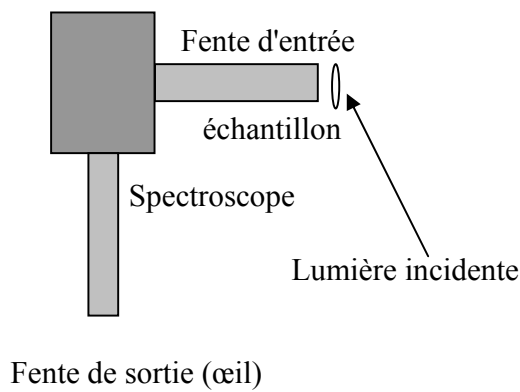


Fig. 3

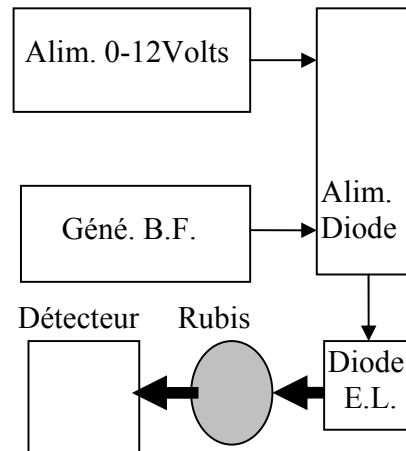


Fig. 4

Données numériques:

Rubis

Longueur d'onde à 25°:

R <sub>1</sub>	14403 cm <sup>-1</sup> , 694,3 nm
R <sub>2</sub>	14432 cm <sup>-1</sup> , 692,3 nm

Largeur de raie

	11 cm <sup>-1</sup> , 5,3 Å
--	-----------------------------

Durée de fluorescence à 25°: 3,0 ms

Bandes d'absorption: violet (404 nm)  
vert (554 nm)

Nd:YAG

Longueur d'onde à 25°: 1064 nm

Largeur de raie 4,5 Å

Durée de vie radiative (<sup>4</sup>F<sub>3/2</sub>-<sup>4</sup>I<sub>11/2</sub>) 0,550 ms

Durée de vie du niveau <sup>4</sup>F<sub>3/2</sub> 0,230 ms

## RESONANCE DE SPIN ELECTRONIQUE

### BUT

Un électron libre placé dans un champ magnétique présente deux états d'énergie liés à l'existence d'un spin. Le but de cette expérience est d'observer les transitions non-radiatives entre ces deux états de spin. Cette transition est induite par un dipole magnétique réalisé par un champ magnétique « tournant ».

### THÉORIE

La relation entre le spin  $s$  et le moment magnétique de l'électron  $\mu$  est de la forme:

$$\mu = -2\pi g_e \mu_B s / h \text{ et } S = \pm h/4\pi$$

$$\mu_z = \pm 1/2 g_e \mu_B$$

où  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr et  $g_e$  le facteur de Landé de l'électron. L'énergie potentielle d'un moment magnétique placé dans le champ  $B$  dirigé suivant  $OZ$  est donnée par:

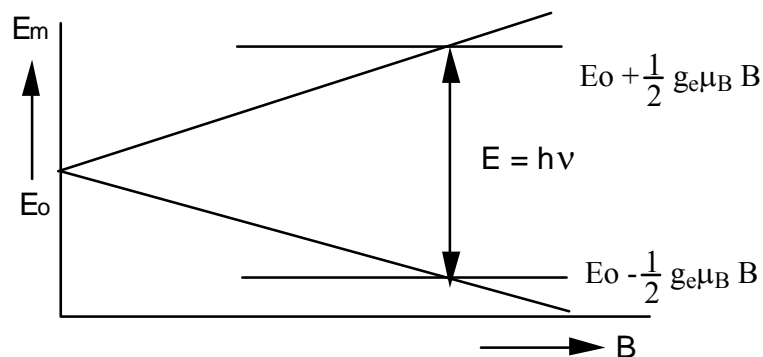
$$E_m = -\mu B = -\mu_z B$$

Ainsi le niveau d'énergie  $E_0$  de l'électron non perturbé, en présence d'un champs magnétique se sépare en deux sous-niveaux :

$$E_0 \pm E_m = E_0 \pm 1/2 g_e \mu_B B$$

Une résonance (transition) entre ces deux niveaux peut se produire dans le cas ou on envoie sur l'échantillon une énergie  $E = h\nu$ , égale à la différence des énergies séparant les deux sous-niveaux. Ceci se produit pour la valeur de  $B$  telle que:

$$h\nu = g_e \mu_B B$$



Notons que, la probabilité d'émission spontanée à partir du niveau supérieur est quasi nulle. Statistiquement, la population des spins placés dans le champ magnétique se répartit dans les deux sous niveaux  $n_1$  et  $n_2$  telles que:

$$n_2 = n_1 \exp(-h\nu/kT)$$

où  $h\nu$  est la différence d'énergie entre les deux sous niveaux, et  $T$  la température. C'est cet écart dans les populations qui permet l'observation d'une absorption dipolaire magnétique.

**-Point de vue classique** On considère l'électron comme un gyroscope de moment cinétique  $S$  et de moment magnétique  $\mu$ , orienté dans la direction opposée à celle de l'axe de rotation. L'interaction entre le moment magnétique  $\mu$  et le champ magnétique  $B$  conduit à un couple de moment:

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\mu} \wedge \mathbf{B}, \quad \text{de module:} \quad M = \mu B \sin \alpha.$$

La projection du moment cinétique dans un plan perpendiculaire à  $B$  est:

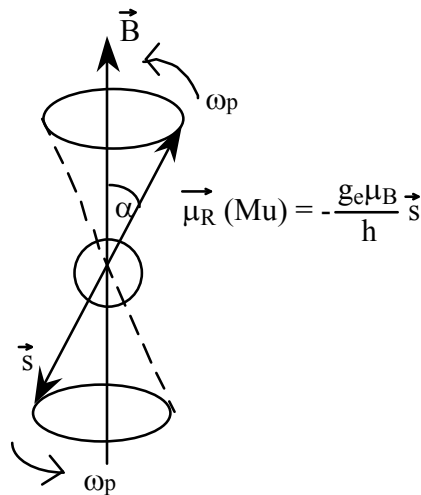
$$S_{\perp} = S \sin \alpha.$$

Le moment  $\mu$  précesse alors à la vitesse  $\omega_p$  telle que:

$$\omega_p S_{\perp} = M,$$

soit, avec  $M = \mu B \sin \alpha$  et  $S_{\perp} = S \sin \alpha$ :

$$\omega_p = \mu B \sin \alpha / S \sin \alpha = 2\pi g_e \mu_B B / h$$



Classiquement, l'électron précesse autour de  $B$ , à une fréquence indépendante de l'angle entre le spin et le champ magnétique. En présence d'un champ magnétique orienté perpendiculairement au champ statique et de fréquence  $\nu$ , l'électron précesse autour du champ résultant, et un mécanisme de résonance se produit si  $\nu = \omega_p/2\pi$ , conduisant la projection du spin le long de  $B$ , à osciller à la fréquence  $\nu_p$ . Ce couplage entre le spin et le champ haute-fréquence caractérise la R.S.E.

## EXPÉRIMENTATION

Principe: Le D.P.P.H. (Diphényl-picryl-hydrazine) est un composé organique dans lequel un électron d'un atome d'azote est libre. Ce produit est couramment utilisé pour calibrer les dispositifs R.P.E. car il présente une résonance intense. Un échantillon de D.P.P.H. (Diphényl-picryl-hydrazine) est soumis à un champ magnétique homogène  $B_0$  créé par deux bobines d'Helmholtz. Cet échantillon est placé dans une self faisant partie du circuit de résonance d'un oscillateur de Colpitts. La fréquence de cet oscillateur peut varier de 12 MHz à 100 MHz environ par réglage de la capacité de l'oscillateur et par l'emploi successif de trois selfs. L'observation est faite à fréquence d'excitation fixe  $\nu_0$ , par une modulation  $\Delta B = \cos 100\pi t$  (fréquence du secteur), du champ magnétique  $B_0$ . Le champ magnétique résultant est donné par  $B(t) = B_0 + \cos 100\pi t$ . Si la valeur de la fréquence d'excitation coïncide avec une résonance dans le domaine de variation de  $B(t)$ , on observe deux "dips" d'absorptions. Si ces "dips" sont parfaitement centrés sur l'amplitude du champ de modulation, la résonance à la fréquence  $\nu_0$  se produit pour la valeur  $B_0$  du champ magnétique.

## MANIPULATION

En dehors du champ magnétique  $B_0$ , et en l'absence de l'échantillon, coupler l'oscillateur avec un circuit résonnant passif. Montrer, à l'aide d'un oscilloscope, l'apparition d'une tension  $V_V$  lorsque les deux circuits sont accordés à la même fréquence, en variant soit la capacité d'accord du circuit passif, soit la fréquence de l'oscillateur. Simultanément observer la diminution du niveau de la tension H.F. délivré par l'oscillateur.

- Expliquer ces phénomènes .

L'oscillateur est placé de façon que la self contenant l'échantillon soit au centre des bobines.

-Vérifier soigneusement la position des bobines, particulièrement la valeur de leur espacement, l'orientation et le centrage de la self de mesure.

-L'observation de la résonance se fait sur un oscilloscope en mode XY. Fixer une valeur de la fréquence  $\nu_0$ . En faisant varier le courant traversant les bobines alimentées en série, et l'amplitude de la modulation, chercher la valeur du champ magnétique conduisant à une résonance pour cette fréquence  $\nu_0$ . Après superposition des "dips" au moyen du déphaseur, centrer le signal sur l'amplitude du balayage, réduite le plus possible, ce qui conduit à une détermination d'un couple de valeurs  $B_0, \nu_0$ . Faire trois séries de mesures des couples  $B_0, \nu_0$  dans le domaine des fréquences autorisées par les trois selfs et la variation possible du courant. Représenter les résultats par un graphe  $B, \nu$ . Analyser les erreurs, à l'aide d'une **méthode des moindres carrés**, déduire la valeur de  $g_e$  et son incertitude.

- Selfs:            self 1 (22 spires):     $\approx 12$  à 27 Méga Hz  
                      self 2 (10 spires):     $\approx 27$  à 70 Méga Hz  
                      self 3 (3 spires):     $\approx 70$  à 100 Méga Hz

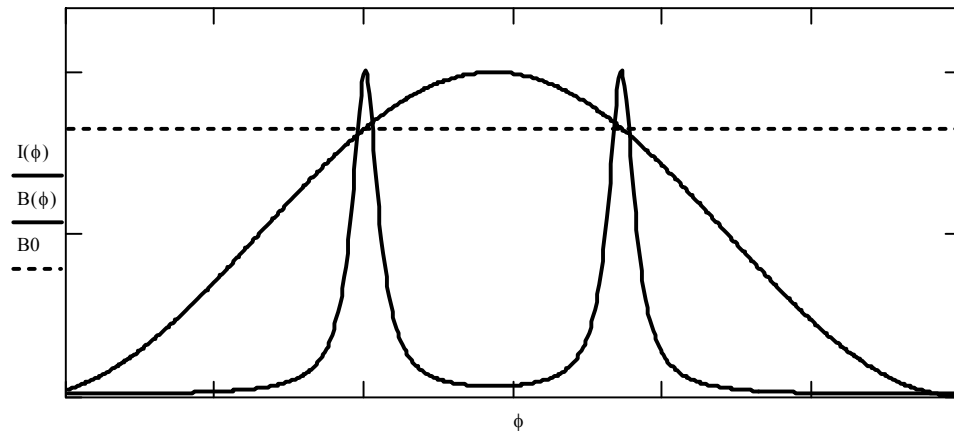
- Bobines de Helmholtz:

Diamètre moyen des bobines 136 mm, 320 spires par bobines.  
L'écartement  $2a$ , entre les bobines, doit être égal au rayon. Courant maximum de 1,5 A.  
Le champ résultant  $B_0$ , à la distance  $a$  des deux bobines est:



$$B_0 = \mu_0 \frac{nr^2 I}{(r^2 + a^2)^{3/2}} = \mu_0 \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{n}{r} I$$

où  $n$  est le nombre de spires d'une bobine, avec  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ .



Observation des pics d'absorptions lors du passage de  $B(\phi)$  à la valeur  $B_0$

## SEUILS D'EXCITATION DE L'HÉLIUM

### BUT

Mise en évidence de la discrétisation des niveaux d'énergie d'un atome excité par collision électroniques.

### THÉORIE

**a) Excitation:** L'interaction d'un faisceau d'électrons traversant un gaz se manifeste par un phénomène de collision. Collision élastique sans modification de l'énergie interne des particules ou collision inélastique dans laquelle l'électron cède une partie de son énergie cinétique à l'atome. Celui-ci dans le niveau fondamental, passe dans un état excité puis restitue sous forme de photon(s) cette énergie en regagnant un état métastable ou l'état fondamental par un processus de cascade. L'électron doit posséder une énergie minimale pour exciter le niveau considéré; il existe donc un seuil d'énergie en deçà duquel le transfert d'excitation ne se produit pas. La mesure de ce seuil donne la valeur de l'énergie du niveau excité. Ainsi l'étude de l'apparition du flux lumineux sur une longueur d'onde donnée  $\lambda_0$ , pour une énergie du faisceau d'électrons (supposés quasi monocinétiques) donne directement l'énergie (relativement à celle du niveau fondamental) du niveau de départ de la raie étudiée.

Soient  $n_0$  la densité d'atomes dans le gaz cible,  $i$  et  $e$  respectivement la densité de courant et la charge de l'électron,  $s$  et  $x$  la surface et la longueur définissant le volume d'interaction et  $N_J$  le nombre total d'atomes dans l'état  $J$  on a:

$$\frac{dN_J}{dt} = \frac{i}{e} n_0 s x Q_J + \sum_i A_{ij} N_i - \sum_k A_{jk} N_j$$

où  $Q_J$  représente la section efficace d'excitation électronique du niveau  $J$ . La première somme représente le peuplement par cascades du niveau  $J$  à partir de niveaux d'énergies plus élevées, la seconde décrit le dépeuplement radiatif. A l'équilibre:

$$\sum_k A_{jk} N_j = \frac{i}{e} n_0 s x Q_J + \sum_i A_{ij} N_i$$

On négligera, au voisinage immédiat du seuil, la contribution du peuplement du niveau  $J$  par les niveaux supérieurs (on néglige donc le deuxième terme de droite).

Le nombre de photons émis dans le volume  $s x$ , correspondant à la transition  $J \rightarrow K$  est :

$$\Phi_{jk} = A_{jk} N_j$$

Avec  $A_{jk}$  probabilité de la transition  $J \rightarrow K$ . Ainsi le flux mesuré est directement proportionnel à  $N_j$

**b) Ionisation:** Le phénomène à décrire est plus simple. À partir d'une certaine énergie des électrons, des ions sont créés dans la cible:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{i}{e} n_0 s x Q_i$$

avec  $Q_i$  section efficace d'ionisation. La méthode de mesure de l'énergie d'ionisation est différente: les ions sont créés dans l'état fondamental et n'émettent pas de lumière. L'étude de l'ionisation se fait par une méthode purement électrique: l'ionisation se manifeste par une brusque augmentation de la conductance du tube (du à la présence

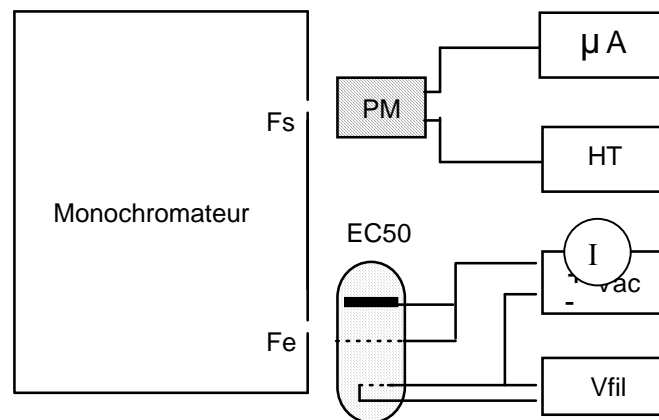
d'ions participant au courant) détectée par un ampèremètre placé en série avec l'alimentation.

**c) Collision de Penning:** La présence d'un niveau métastable peuplé par des collisions électroniques est une source d'électrons à travers un processus de collision, si  $A^*$  est dans un niveau métastable:  $A^* + B \rightarrow A + B + e$  où  $B$  est un atome, une molécule ou une parois et  $A^* + B \rightarrow A + B^+ + 2e$  si le potentiel d'ionisation est inférieur à l'énergie du niveau métastable.

## MANIPULATION

### Détermination des seuils d'excitation

Le dispositif comprend un tube triode EC50 rempli d'hélium sous très basse pression, enfermé dans un boîtier étanche à la lumière extérieure, placé contre la fente d'entrée d'un monochromateur.



Dispositif expérimental pour la mesure des seuils d'excitation

Le flux lumineux sélectionné par le monochromateur est détecté par un photomultiplicateur (PM) placé derrière la fente de sortie; le courant délivré par le PM est amplifié et affiché par un nanoampèremètre dont on peut régler la sensibilité et le temps d'intégration. Le courant électronique maximal (de saturation)  $i_s$  délivré par la cathode est une fonction croissant rapidement avec la température:

$$i_s = AT^2 \exp \frac{W}{kT}$$

où  $A$  est une constante caractéristique de la nature de la cathode et  $W$  le travail de sortie de la cathode; ainsi, celle ci est chauffée par un filament alimenté par une alimentation continue variable qui permet de contrôler sa température et donc indirectement le courant électronique émis par la cathode. En deçà de la tension de saturation, le courant, toujours fortement dépendant de la température, varie comme la puissance  $3/2$  de la tension d'accélération par un effet de charge d'espace électronique, puis lorsque la saturation est

atteinte (e.i. que tous les électrons émis par la cathode sont recueillis par l'anode) il est indépendant de la tension.

Dans le montage utilisé, la grille et l'anode sont électriquement reliées.

**Important:** L'alimentation du Photomultiplicateur doit être éteinte en préalable à toute intervention sur le boîtier le contenant, en particulier pour l'observation de l'ouverture des fentes du monochromateur.

Alimenter le filament du tube sous 3 à 4 volts environ à partir d'une alimentation de **courant** ; appliquer une tension accélératrice  $V_{acc}$  supérieure ou égale à 28 volts afin d'être au delà des seuils d'excitations ; ajuster le courant de chauffage du filament pour obtenir un courant électronique de 0.2 mA environ ; régler le monochromateur sur la longueur d'onde étudiée en cherchant, autour de la valeur nominale affichée, le maximum du courant délivré par le PM. Ce réglage étant effectué, chercher grossièrement la valeur du seuil c'est à dire la valeur de la tension  $V_{acc}$  à partir de laquelle le nanoampèremètre délivre un courant se distinguant du "bruit de fond", puis choisir le courant de chauffage le plus faible compatible avec un temps de mesure raisonnable.

Les raies étudiées caractérisent des niveaux de départ différents, elles ont pour longueur d'onde: 587,5nm, 447,1nm, 501,5nm et 388,8nm.

### Mesures :

-Mesurer avec la meilleure précision possible le seuil d'apparition de chaque raie. Pour cela effectuer un nombre suffisamment grand de mesures dans un domaine énergétique adéquat englobant le seuil. Utiliser en suite un logiciel de traitement (Igor Pro) pour représenter les mesures.

-Définir la valeur de chaque seuil avec son incertitude et comparer les résultats avec les données spectroscopiques en identifiant, à partir des longueurs d'ondes fournies, les niveaux concernés

[http://physics.nist.gov/cgi-bin/AtData/main\\_asd](http://physics.nist.gov/cgi-bin/AtData/main_asd)

-Pour chaque transition indiquer les niveaux atomiques concernés et leur terme spectroscopique

### Remarques

a) La lecture du nanoampèremètre représente la valeur  $i$  du photocourant moyenné pendant le temps  $\tau$ , constante de temps de l'appareil de mesure. Cette valeur est reliée au flux instantané de photons incident  $\phi$  par:

$$i = \frac{ge}{\tau} \int_0^{\tau} \Phi dt = \frac{ge}{\tau} n \quad \text{avec } n = \int_0^{\tau} \Phi dt$$

avec  $g$  gain du PM et  $e$  charge de l'électron. Ainsi, dans le cadre d'une statistique de Poisson, les fluctuations  $\Delta i$  sont reliées à celles de  $n$  par:

$$\Delta i = \frac{ge}{\tau} \Delta n = \frac{ge}{\tau} \sqrt{n} \quad \frac{\Delta i}{i} = \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{\tau \Phi}}$$

Ainsi les fluctuations relatives de  $i$  sont d'autant plus petites que la constante de temps de l'appareil de mesure est grande et que le flux lumineux est grand. Dans le cas d'un faible flux, pour diminuer les fluctuations de la mesure on est amené à augmenter le temps

d'intégration, donc à diminuer la vitesse avec laquelle le phénomène peut varier. On devient alors sensible aux dérives à long terme (dérives thermiques de la cathode par exemple).

b) La tension réellement vue par les électrons  $U_{eff}$  est donnée par:

$$U_{eff} = U + (\Phi_A - \Phi_C)$$

où  $U$  est le voltage appliqué,  $\Phi_A$  est le travail d'extraction de l'anode et  $\Phi_C$  celui de la cathode;  $\Phi_A$  et  $\Phi_C$  dépendent des matériaux utilisés et sont constants pour un tube donné.

c) Les collisions de penning peuvent délivrer des électrons parasites et énergétiques qui sont accélérés par le potentiel appliqué au tube et contribuent à la dispersion des vitesses des électrons autour de la valeur déterminée par la tension d'accélération.

On rappelle que pour la lumière:

$$1\text{cm}^{-1} = 0,1241 \cdot 10^{-3}\text{eV}$$

$$1\text{ eV} = 1239,8\text{ nm}$$

## PHYSIQUE NUCLEAIRE/SPECTROMETRIE GAMMA

### BUT

Mesure d'un spectre d'énergie de rayonnement gamma, caractéristique de niveaux d'énergie discrets du noyau, illustration de la mécanique relativiste dans les collisions électron-gamma.

### THÉORIE

Les noyaux radioactifs sont de noyaux instables (excités) qui se désexcitent en émettant plusieurs types des particules (notamment  $\alpha$  et  $\beta$ ) et du rayonnement  $\gamma$ . Le rayonnement  $\gamma$  c'est de la lumière de très haute énergie provenant des transitions entre les niveaux d'énergie nucléaires par un mécanisme similaire à l'émission spontanée dans l'atome. La mesure de l'énergie des photons  $\gamma$  émis permet de faire une spectroscopie des états excités du noyau. Le processus de désexcitation par rayonnement  $\gamma$  peut être concurrencé par le phénomène de conversion interne où l'énergie de la transition  $E_\gamma$  (l'énergie du photon  $\gamma$ ) est transférée directement à un électron du cortège électronique atomique. Dans ce dernier cas l'électron excité quitte l'atome avec une énergie  $E = E_\gamma - E_e$  où  $E_e$  est l'énergie de liaison de l'électron. La création de lacunes (trous) dans un niveau électronique a pour conséquence une réorganisation du cortège électronique avec émission de rayons X caractéristiques du noyau émetteur des  $\gamma$ .

**Étude de l'absorption du rayonnement  $\gamma$ .** Au cours de leur passage à travers la matière, les photons  $\gamma$  peuvent être absorbés par effet photoélectrique, par production de paires (électron-trou) ou diffusés par effet Compton. L'ensemble de ces phénomènes peut être représenté par une section efficace totale  $\sigma_{\text{total}} = \sigma_{\text{ph}} + \sigma_c + \sigma_p$  dont la valeur dépend de l'énergie du  $\gamma$  considéré.

On décrit l'absorption du rayonnement  $\gamma$  par un milieu de  $n$  sites par unité de volume et d'épaisseur  $X$  par:

$$N = N_0 \exp(-\mu x) = N_0 \exp(-n\sigma x)$$

où  $\mu = n\sigma$  est le coefficient d'absorption

**Nature statistique du rayonnement.** Lorsqu'on effectue une mesure d'intensité, on enregistre un nombre de coups  $N$  par unité de temps différent du nombre  $\langle N \rangle$  que l'on obtient en faisant la moyenne sur un grand nombre d'expériences identiques. Si  $N$  est grand, on admet que l'on a une distribution de Gauss et la probabilité d'avoir  $N - \langle N \rangle = \Delta$  est donnée par:

$$P(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right) \text{ avec } \sigma = \sqrt{N} \approx \sqrt{\langle N \rangle}$$

où  $\sigma$  est l'écart type de la distribution

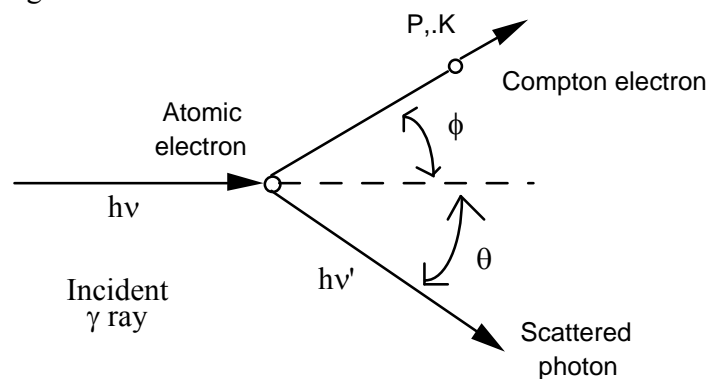
### ÉTUDE DE L'ÉNERGIE DU RAYONNEMENT $\gamma$

Les détecteur de type **Geiger-Müller** ne délivrent pas une réponse permettant de discriminer l'énergie des particules ionisantes. Pour cela il faut utiliser un autre type de détecteur. Celui-ci (**Scintillateur**) est constitué par un monocristal de INa dopé au thallium (0,1%), collé optiquement à un photomultiplicateur, le tout placé dans une enveloppe étanche à la lumière. Un photon  $\gamma$  arrivant dans le scintillateur cède assez d'énergie pour libérer des électrons (par ionisation). Lorsqu'un électron est libéré à l'intérieur du scintillateur avec une importante énergie cinétique, il perd la totalité de celle-ci en excitant électroniquement les ions du cristal. Ces derniers se dés excitent très rapidement (ps) en émettant des photons dans le spectre visible. Le nombre de photons émis est proportionnel à l'énergie de l'électron incident (typiquement il est produit 1 photon par 100 eV d'énergie perdue par l'électron) et proportionnel à l'énergie du photon  $\gamma$  incident. Le tube photomultiplicateur détecte le pulse de lumière émis par le cristal scintillateur et délivre une impulsion électrique dont l'amplitude est proportionnelle au nombre des photons contenus dans ce pulse.

Les électrons peuvent être libérés à l'intérieur du scintillateur par 3 processus :

**a)Effet photoélectrique:** Le photon  $\gamma$ , d'énergie  $h\nu$  excite un électron lié (électrons appartenant à un niveau électronique du cristal profond en énergie, niveau de cœur). Celui ci est éjecté de l'atome avec l'énergie  $E_c = h\nu - E_K$ , où  $E_K$  est l'énergie de liaison de l'électron dans le réseau cristallin, très faible devant  $h\nu$ . Les photons de fluorescence créés par la perte de cette énergie cinétique  $E_c$  de cet électron par collision multiple avec les électrons du cristal, sont détectés par le photomultiplicateur.

**b)Effet Compton:** Le photon  $\gamma$  interagit avec un électron faiblement lié en cédant une partie de son énergie à l'électron.



La conservation de la quantité de mouvement  $P$ , et de l'énergie cinétique  $K$ , conduit à:

$$mc^2 = m_0c^2 + K$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \theta = P \cos \phi$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta - P \sin \phi$$

$$m_0c^2 + h\nu = h\nu' + E$$

$E$  et  $P$  sont reliés par les relations relativistes avec  $m_0$ , masse de l'électron au repos, et  $c$  vitesse de la lumière:

$$E = K + m_0 c^2 = \sqrt{P^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

L'expression du changement de longueur d'onde du photon  $\gamma$  est donnée par:

$$\lambda' - \lambda = \frac{c}{v} - \frac{c}{v'} = \frac{h}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

où  $\frac{h}{m_0 c^2}$  est appelé longueur d'onde de Compton.

L'énergie du  $\gamma$  diffusé est :

$$h\nu' = \frac{m_0 c^2}{1 - \cos \theta + \frac{1}{\alpha}} \text{ avec } \alpha = \frac{h\nu}{m_0 c^2}$$

Notons que pour  $\theta = 180^\circ$  et lorsque  $\alpha \gg 1$ ,  $m_0 c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ ,  $h\nu' = 0.256 \text{ MeV}$ .

L'énergie cinétique de l'électron Compton est:

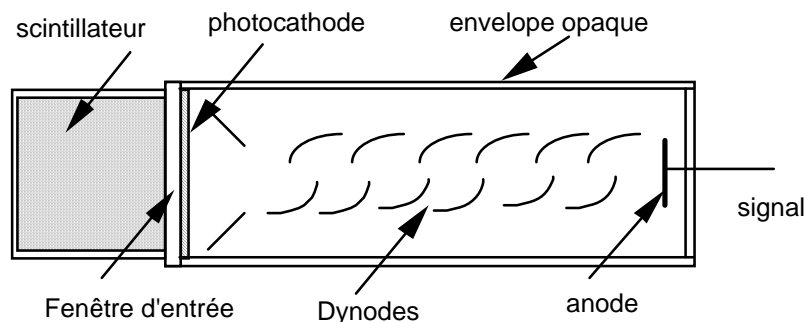
$$K = h\nu - h\nu'$$

$$K = h\nu \frac{\alpha(1 - \cos \theta)}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)}$$

Pour  $\theta = 180^\circ$ , l'énergie maximale est:  $\theta = 180^\circ \quad K_{\max} = \frac{h\nu}{1 + 1/2\alpha}$

Les électrons Compton présentent un spectre d'énergie continu qui s'interrompt brusquement vers les grandes énergies, c'est le front Compton.

**c) Formation de paires:** Si l'énergie du  $\gamma$  est tel que  $K_\gamma > 2m_0 c^2$  le photon incident disparaît dans le cristal en donnant naissance à une paire électron - trou (trou=positron). L'électron positif perd son énergie cinétique  $E_{e^+}$  et s'annihile avec un électron négatif en libérant 2 photons de 511 keV émis dans 2 directions opposées. Si ces 2 photons s'échappent du cristal sans produire d'effet photoélectrique, on observe un pic à  $E_\gamma - 1,02 \text{ MeV}$ . Si un seul s'échappe, le pic est à  $E_\gamma - 0,51 \text{ MeV}$  enfin si les 2 photons sont absorbés on retrouve  $E_\gamma$ . Cet effet n'est observable que pour des  $\gamma$  d'énergie supérieure à 1,5 MeV.



Détecteur à scintillation

## MANIPULATION

On dispose d'un ordinateur contenant une carte d'acquisition multicanal : toute impulsion positive présentée à l'entrée de la carte est classée dans un canal de mesure dont le



numéro est proportionnel à la hauteur de l'impulsion. Le spectre d'une source radioactive est ainsi un histogramme où le numéro du canal (abscisse) représente l'amplitude de l'impulsion associée à l'événement détecté et le contenu du canal (ordonnée) représente le nombre de fois  $N$  que cette impulsion a été rencontrée. La méthode de mesure est une méthode par accumulation. Chacun des canaux  $i$  contient un nombre  $N_i$  d'événements dont la fluctuation est de l'ordre de  $\sqrt{N_i}$ . Le rapport signal/bruit ( $N/\sqrt{N}$ ) croît ainsi comme  $\sqrt{N}$  lorsque  $N$  augmente. Si le nombre d'événement par unité de temps est constant, le rapport S/B croît comme  $\sqrt{t}$  où  $t$  est le temps de mesure.

La carte fonctionne sous le contrôle du Logiciel "Maestro". En particulier ce logiciel permet de sauvegarder sur disquette les données qui peuvent être exploitées avec le logiciel Igor Pro.

Le signal, délivré par le photomultiplicateur est préamplifié puis appliqué au dispositif d'analyse. Un oscilloscope permet le contrôle du nombre d'impulsions lié à l'activité de la source et au flux reçu par le scintillateur, il peut être utile d'augmenter la distance source scintillateur au delà de 15 cm pour diminuer le nombre de photon  $\gamma$  reçu.

### Résolution:

L'amplitude de l'impulsion électrique délivrée par le photomultiplicateur est proportionnelle à l'énergie du photon  $\gamma$  incident et au produit des gains des éléments de la chaîne de mesure: en particulier le gain du photomultiplicateur (fonction quasi exponentielle de la valeur de la haute tension), gain fixe de l'amplificateur. Ainsi la position  $n$  d'une raie  $\gamma$  dans la représentation des canaux dépend essentiellement du réglage de la HT. La largeur apparente  $\Delta n$  est de nature statistique; elle provient essentiellement des fluctuations du nombre de photons créés dans le scintillateur pour un  $\gamma$  d'énergie donnée qui conduit à une fluctuation de l'amplitude de l'impulsion mesurée par l'analyseur. Expérimentalement, la résolution est une caractéristique du scintillateur et dépend principalement de son volume et de son couplage optique avec le photomultiplicateur.

Alimenter le boîtier contenant le bloc photomultiplicateur-scintillateur ainsi que l'amplificateur, l'alimentation HT qui sera réglée à **1000 volts MAXIMUM**.

-Prendre un spectre et régler la HT pour que celui-ci occupe toute la plage de mesure.

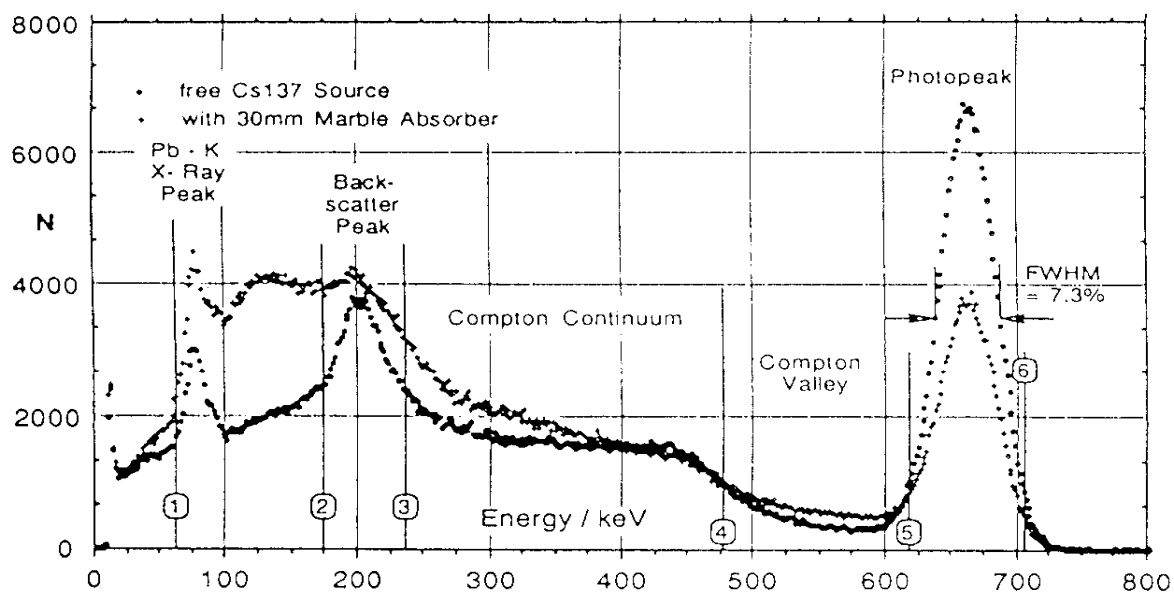
-Accumuler un spectre pendant un temps suffisant pour obtenir un bon rapport signal/bruit. Étalonner le spectre sur le pic X du Cs et le rayon  $\gamma$  puis pointer la position des événements significatifs: front Compton, pics de rétrodiffusion et relever ces valeurs.

-Faire un enregistrement en interposant sur la source un écran de plomb, décrire et expliquer les modifications apportées au nouveau spectre. Mettre en évidence le spectre de fluorescence du plomb.

-Enregistrer le spectre (extension: .spe) et l'exploiter sous Origine: par un fit montrer que le pic  $\gamma$  est Gaussien et déterminer sa largeur et la résolution  $R$ , exprimée en % ;

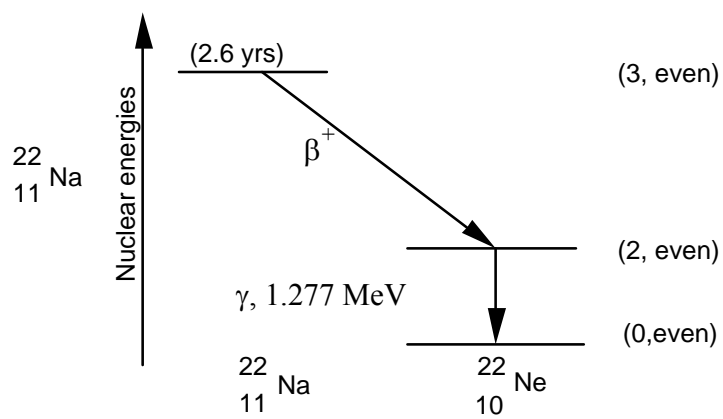
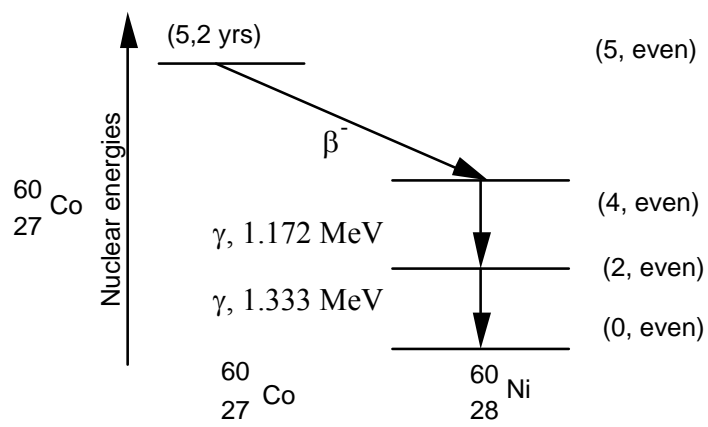
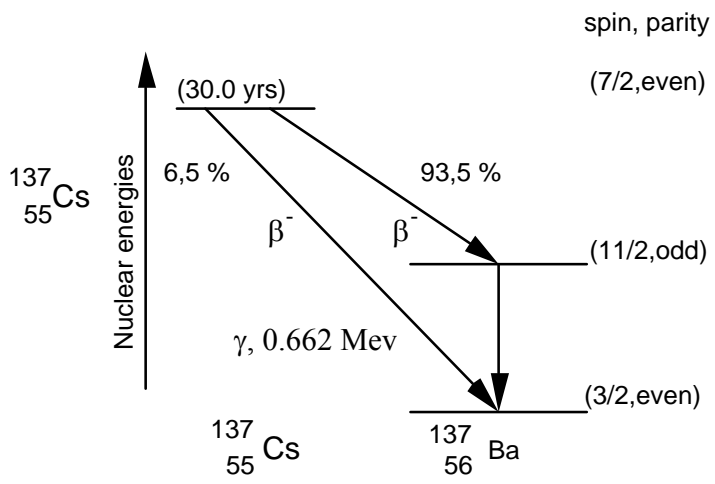
-comparer la largeur obtenue avec celle déduite de la durée de vie du niveau relevée sur le site: <http://laraweb.free.fr>

- comparer avec la durée de vie du premier niveau du Cs atomique .



Overlay of two  $^{137}\text{Cs}$   $\gamma$  spectra obtained with and without a 30 mm marble absorber layer between source and detector. Cursor positions numbered (1) through (6) mark the spectral ranges used for the evaluation. In addition, markers illustrating the definition of energy resolution of a scintillation detector are shown. The Pb-K X-ray peak is caused by X-ray fluorescence in the lead shielding of the detector crystal

Spectre typique d'une source au Cs



## PHOTODETECTEURS

### BUT

La physique expérimentale (physique atomique, physique moléculaire, physique des particules ...) utilise couramment le Photomultiplicateur comme détecteur de signaux lumineux faibles ainsi que des détecteurs à semi-conducteurs pour des niveaux lumineux plus élevés. Le but du TP est de caractériser ces détecteurs en linéarité et temps de réponse.

### PHOTOMULTIPLICATEUR et PHOTODIODE.

#### Caractéristiques statiques du PM

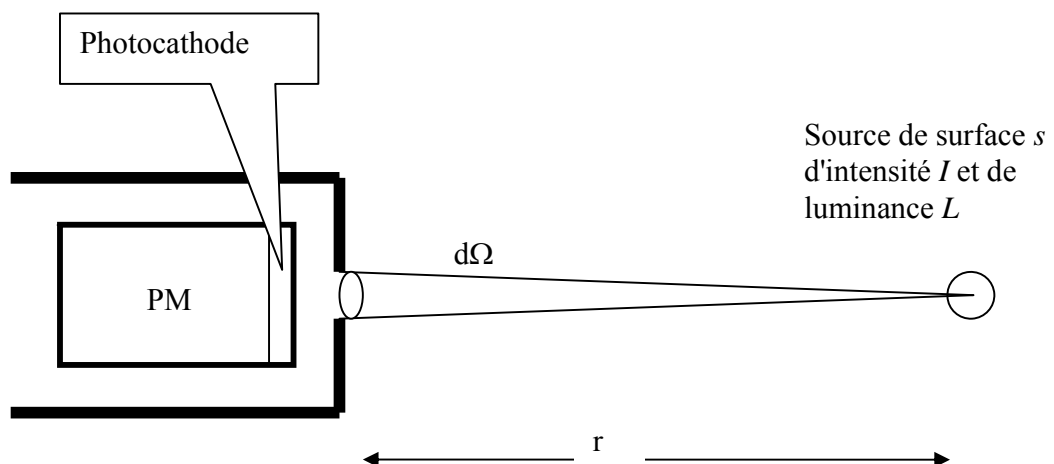
On dispose d'un photomultiplicateur (PM) à photocathode frontale. Le principe de la mesure consiste à éclairer, *selon une loi connue*, la photocathode du PM par une source lumineuse d'intensité et de composition spectrale constante. Le dispositif est constitué d'un PM placé sur un banc optique et d'une lampe Quartz-Iode alimentée sous 6 Volts également placée sur le banc optique. La fenêtre d'entrée du PM est protégée par un écran opaque percé d'un trou de surface  $dS$ . En faisant varier la distance "source-PM", l'éclairement  $E$  de la surface de la photocathode découverte par le trou est décrit par :

$$E = \frac{d\phi}{dS} \quad \text{avec} \quad d\phi = Id\Omega$$

où  $d\phi$  est le flux délivré par l'ampoule dans la direction du PM,  $dS$  la surface du trou,  $I$  l'intensité de la source, et  $d\Omega$  l'angle solide sous lequel le trou est vu de la source.

$$E = I \frac{d\Omega}{dS} = \frac{I}{r^2} \quad \text{ou encore :} \quad E = s \frac{L}{r^2}$$

avec  $r$  distance de la source à la photocathode,  $L$  luminance de la source de surface  $s$ .



### **Manipulation**

Alimenter le PM avec une haute tension toujours inférieur à 1000V , choisir une valeur pour l'intensité lumineuse ; relever le courant délivré en fonction de la distance  $r$  comprise entre 30-100 cm environ. **Le courant ne doit en aucun cas dépasser 0,1 mA.**

Vérifier la linéarité de la fonction de transfert éclairement-courant pour une valeur  $V$  de la haute tension.

Pour une distance  $r$  donnée, représenter la variation de  $I$  avec la tension d'alimentation, choisir le domaine de valeurs (avec  $V < 1000$  V,  $I < 0.1$  mA) et montrer que  $I$  varie comme  $\exp(V)$ .

**Attention :** le PM est très sensible, en particulier la lumière parasite peut fausser les résultats si son niveau varie au cours des mesures.

### **Caractéristiques statiques de la Photodiode.**

La photodiode est montée sur un support, deux fiches bananes sont directement reliées aux électrodes, la mesure se fait à l'aide d'un ampèremètre. Un interrupteur permet la mise en parallèle sur les électrodes de la photodiode d'une résistance de 1 K $\Omega$ , la mesure peut alors se faire en tension, la valeur de la tension étant proportionnelle au courant débité par la photodiode.

Comparer à partir des courbes de sensibilité du PM et de la Photodiode la réponse des deux détecteurs vis-à-vis de la répartition spectrale de la source thermique (corps noir).



## *Master 1 de Physique* **Physique Expérimentale**



### Diffraction des rayons X

**Mots-clés :** Physique du solide, rayons X ( production, monochromatisation, détection ), diffraction, relation de Bragg, monocristaux ( paramètre de maille ).

**Objectif du TP :** 1) Mise en évidence du spectre d'émission de rayons X produits par un générateur, étude de ce spectre. 2) Utilisation des rayons X pour l'étude structurale des cristaux ( Loi de Bragg, détermination des distances inter-réticulaires dans des monocristaux de NaCl de différentes orientations et du paramètre de maille  $a$  )

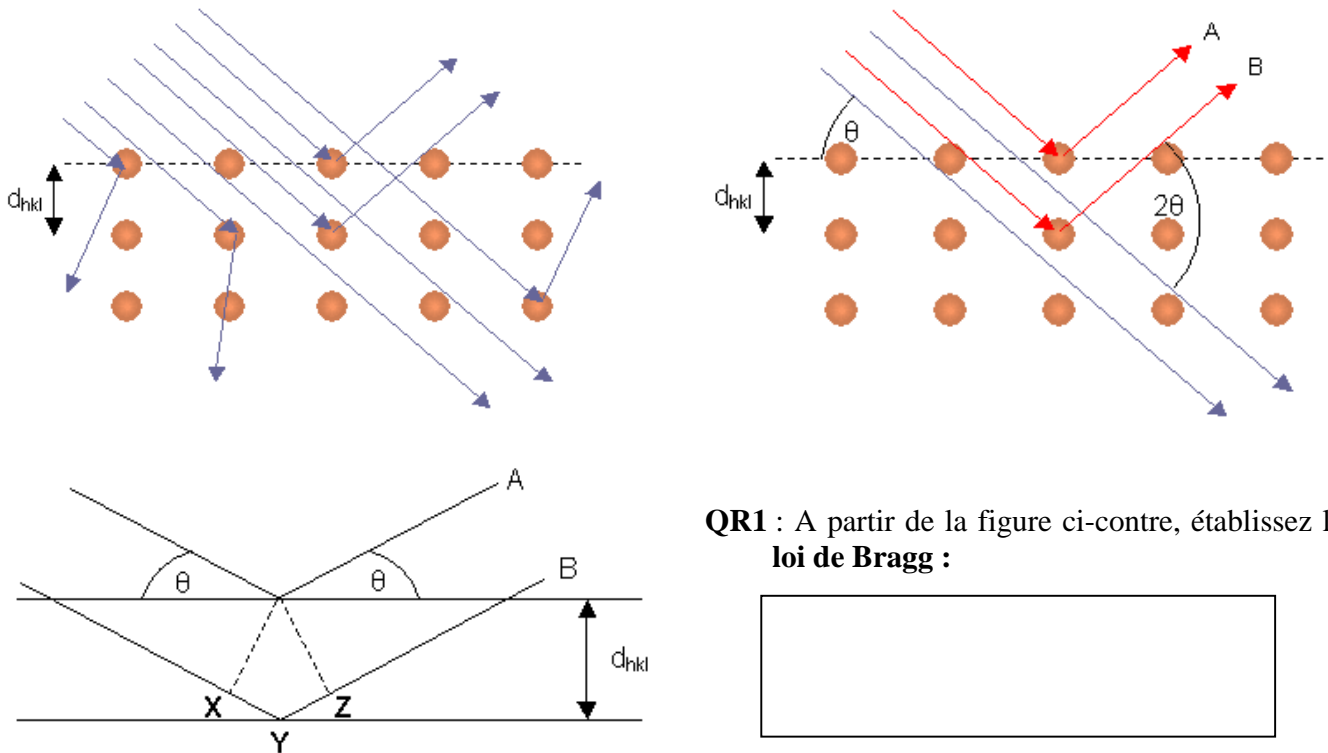
**Avertissement :** Dans ce qui suit, on supposera que le lecteur possède un minimum de notions relatives à la physique des solides et des rayons X. Les relations nécessaires à la compréhension du TP sont justifiées et expliquées, bien que très sommairement pour certaines vu la concision de l'exposé. Les cours de « Physique des Solides » et de « Physique atomique et moléculaire » permettront de mieux comprendre l'origine des relations employées ici. En attendant, on pourra les employer telles quelles, tout en veillant à en comprendre l'origine physique. L'étudiant sérieux complètera utilement ce TP en consultant les ouvrages de Physique des solides.

### I) Introduction :

#### **Diffraction des rayons X :**

La pierre angulaire de l'analyse et de la compréhension de la diffraction des rayons X par la matière en vue de tirer des informations quantitatives sur la structure cristalline est la loi de Bragg, que W.L.Bragg a formulé en 1912 pour expliquer le fait que les cristaux ne reflètent les rayons X que pour certains angles d'incidence. Des rayons X incidents sur un échantillon cristallin sont soit transmis ( ils continuent dans leur direction de propagation originale ), soit diffusés par les électrons des atomes du cristal. Comme tous les atomes du cristal participent à cette diffusion, les ondes diffusées interfèrent entre elles, le plus souvent de manière destructive, sauf pour un nombre restreint d'orientations très particulières pour lesquelles la loi de Bragg est satisfaite. W.L. Bragg a reçu avec son fils W.H. Bragg le prix Nobel de physique en 1915 pour ses travaux sur la diffraction des rayons X par les cristaux.

Pour établir la loi de Bragg, on se place dans les conditions de réflexion spéculaire, avec un angle d'analyse  $\theta$  égal à l'angle d'incidence  $\theta$ . Dans le cas du monocristal de la figure 1 ci-dessous, qui possède des plans réticulaires ( des plans de forte densité atomique, désignés par trois indices  $(h\ k\ l)$  ) séparés par une distance  $d_{hkl}$  ou tout simplement  $d$ , il y aura interférences constructives entre les deux faisceaux diffusés par le premier et le second plan atomique à condition que la distance supplémentaire parcourue par le second faisceau soit multiple exact de la longueur d'onde des rayons X ( on les suppose monochromatiques ) incidents ou réfléchis ( on ne considère que les processus élastiques ). Cette géométrie particulièrement simple mène à la **loi de Bragg**, qui relie  $d$ ,  $\lambda$  et  $\theta$ , ainsi que l'ordre de la diffraction  $n$ . Remarquez que l'angle entre faisceaux transmis et diffracté est toujours égal à  $2\theta$ , en conséquence de la géométrie de Bragg et des conditions de réflexion spéculaire.



**Fig.1** : Diffraction par un cristal et loi de Bragg.

**Diffraction et structure cristalline** : L'une des applications de la diffraction est la détermination de la structure cristalline des solides. En envoyant des rayons X de longueur d'onde connue sur un échantillon cristallin, on peut facilement déterminer pour chaque pic de diffraction observé la distance entre les plans réticulaires responsables du pic observé, et déterminer ainsi très précisément les paramètres de maille du cristal ( voir exemple ci-dessous ). La structure en double hélice de l'ADN a été découverte grâce à la diffraction des rayons X ( Watson et Crick, Wilkins et Franklin ). Dans le cas d'une maille avec un motif de plusieurs atomes, l'analyse des intensités des pics de diffraction ( par exemple la présence d'extinctions systématiques ) peut permettre, via le facteur de structure du cristal, de retrouver les positions des atomes dans la maille. Si l'on dispose d'une table des pics observés pour un grand nombre de substances, on peut également faire de la diffraction une sonde chimique en relevant quels sont les pics présents dans une région donnée et en les comparant avec les valeurs tabulées.

#### Exemple de la diffraction par un cristal de chlorure de sodium :

Le NaCl cristallise dans le réseau cubique à faces centrées ( cfc ) de paramètre  $a=564$  pm ( voir une maille à la figure 2 ci-dessous ), où chaque espèce ionique occupe elle-même un réseau cubique à faces centrées. Pour assurer la cohésion du cristal, chaque anion est entouré de 6 premiers voisins de charge opposée, soit 6 cations. Pour un cristal de paramètre cristallin  $a$ , on montre que les distances  $d_{hkl}$  entre les plans réticulaires

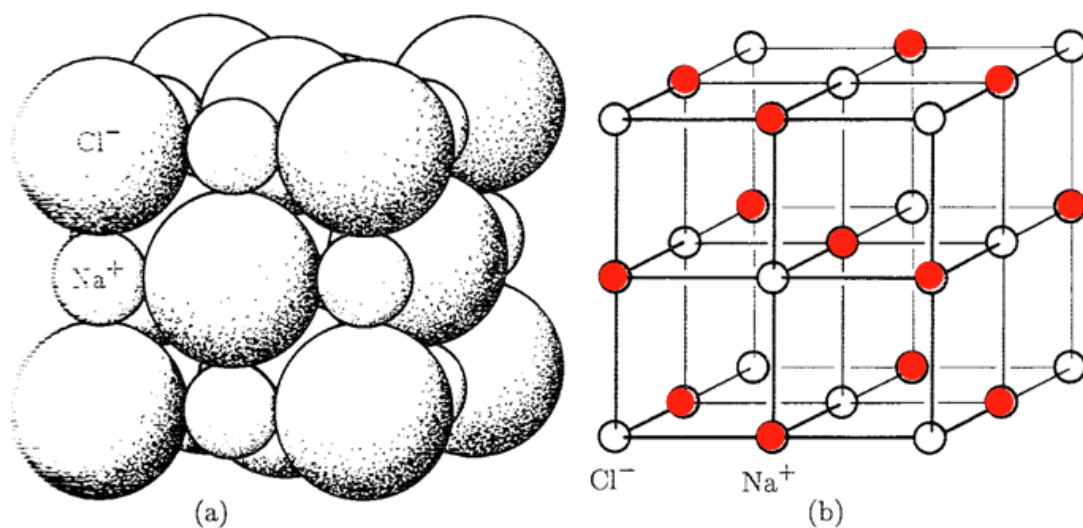
désignés par les indices  $(h\ k\ l)$  sont donnés par l'expression : 
$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} .$$

Les intensités relatives de chaque pic de diffraction, déterminées par le facteur de diffusion atomique et par la position des atomes dans la maille unité, sont décrites par le facteur de structure  $F(h,k,l)$  :

$$F(h,k,l) = \sum_n f_n \exp[(-2\pi i)(hu_n + kv_n + lw_n)]$$
 où les  $f_n$  sont les facteurs de diffusion atomique ou facteurs de

forme, et les  $u_n, v_n, w_n$  sont les coordonnées des atomes dans la maille considérée. L'intensité totale des pics de diffraction correspondants à une famille de plans réticulaires  $(h,k,l)$  est donnée par  $I = F \cdot F^* = |F(h,k,l)|^2$ .

Le facteur de structure est responsable d'extinctions systématiques dans les mailles à plusieurs atomes. Dans le cas du NaCl, on montre que  $F=0$  quand le triplet d'indices  $(h,k,l)$  contient à la fois des indices pairs ( dont le 0 ) et impairs.



**Fig.2 :** Structure cristalline du chlorure de sodium (  $\text{NaCl}$  ). Le rapport réel des rayons ioniques est respecté en (a), la position des ions est mieux visible en (b).

## II) Aspects expérimentaux :

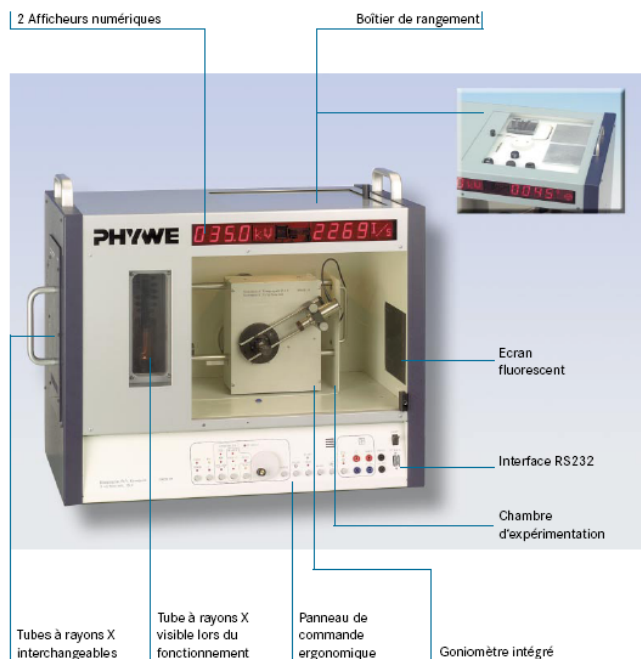
**Description de l'appareillage :** L'appareillage à votre disposition ( Fig.3 ) consiste en un générateur de rayons X couplé à un spectromètre de Bragg ( goniomètre+détecteur ).

**Le tube générateur de rayons X** placé dans la partie gauche de l'appareil ( visible par un hublot ) est formé d'une ampoule en verre vidée d'air avec une cathode ( un filament ) et une anode ( anticathode ) en cuivre ( tube de Coolidge ). Les électrons produits par le filament chaud ( effet Joule ) sont fortement accélérés vers l'anticathode qui peut être portée à un potentiel positif très élevé ( maximum 35 kVolts dans notre cas ). Les électrons très énergétiques interagissent fortement avec la matière ( Cu ) de l'anticathode, et leur impact provoque l'émission de rayons X, qui peuvent être dus à deux causes différentes. Tout d'abord, les électrons arrêtés par la matière émettent un rayonnement de freinage ( « Brehmstrahlung » ), responsable du fond continu visible dans le spectre des rayons X émis. D'autre part, les électrons incidents provoquent l'éjection d'électrons d'atomes de cuivre, suivis par la désexcitation des atomes vers l'état fondamental via des transitions électroniques radiatives, avec l'émission de rayons X à des fréquences discrètes caractéristiques du cuivre ( qui correspondent aux différents écarts énergétiques entre niveaux électroniques de l'atome de Cu, voir Fig.4 ). Le générateur est entouré par un écran épais au verre au plomb qui absorbe la grande majorité des radiations émises, sauf bien sûr celles qui doivent être utilisées pour l'expérimentation. A cet effet, la paroi de verre qui enveloppe et protège le générateur est amincie en regard d'un trou pour permettre aux rayons X qui traversent le tube à cet endroit sans absorption notable de pénétrer dans la chambre d'expérimentation. Un collimateur cylindrique réduisant la divergence du faisceau de rayons X peut être placé dans ce trou. L'expérimentateur est protégé des radiations par une boîte métallique entourant la chambre et par une porte en plexiglas dopé au plomb, qui absorbe fortement les rayons X émis vers l'avant.

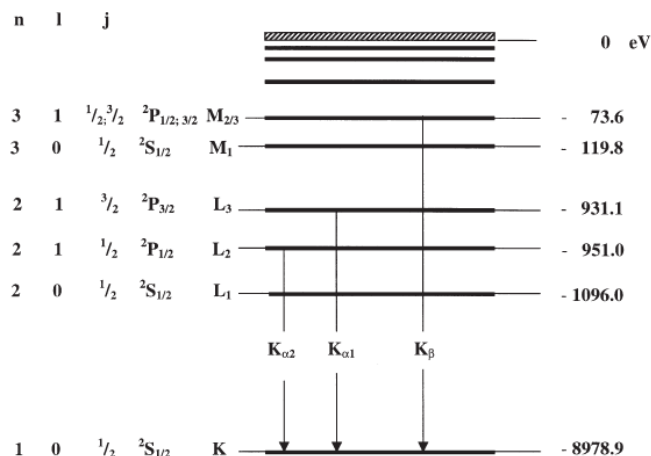
La seconde partie de l'appareillage consiste en un **spectromètre de Bragg**, qui se compose d'un monocristal dit « analyseur », d'un bras articulé d'inclinaison variable ( goniomètre ) et d'un détecteur de radiations ( compteur proportionnel ou de Geiger-Müller ) placé le long de ce bras. Les mouvements de rotation du cristal analyseur et celui du bras articulé peuvent être couplés ( mode dit «  $\theta$ - $2\theta$  » ) de façon telle que l'ensemble reste à tout moment dans les conditions de réflexion spéculaire ( angle d'émergence  $\theta$  = angle d'incidence  $\theta$  ). Cet arrangement constitue un spectromètre de Bragg ( montage de Bragg-Brentano ).

**QR2 :** Pour rester dans les conditions de réflexion spéculaire, de quel angle doit bouger le bras du détecteur quand le cristal tourne d'un angle  $\theta$  ?





**Fig.3 :** Photographie de l'appareil à rayons X.



**Fig.4 :** Niveaux d'énergie du cuivre ( z=29 ).

### Utilisation de l'appareillage :

- Accès à la chambre d'expérimentation : La porte en plexiglas au plomb qui protège l'expérimentateur des radiations est munie d'un verrou qui coupe l'émission de rayons X si on ouvre la porte avec la source X en fonctionnement. Avant d'enclencher la source, il faut fermer la porte et enclencher le verrou ( tourner le bouton rouge qui est alors relâché vers l'expérimentateur ). Pour accéder à la chambre d'expérimentation, il faut éteindre la source X et déverrouiller ( pousser le bouton rouge et tourner d'1/4 de tour pour le maintenir en place ) avant d'ouvrir la porte.
- Allumage du générateur :
  - Fermer la porte de la chambre d'expérimentation, verrouiller ( tourne/relâcher le bouton rouge ).
  - Allumer l'interrupteur général de l'expérience ( panneau arrière, côté droit ).
  - Fixer les paramètres d'opération du tube ( tension d'accélération des électrons et courant d'émission ) :  
Tension d'accélération des électrons : activez le bouton-poussoir « HV », tourner la molette jusqu'à afficher la valeur choisie ( maximum 35 kV ) dans l'afficheur LED de gauche et confirmez votre choix avec « enter ».
  - Courant d'émission : activez le bouton-poussoir « I », tourner la molette jusqu'à afficher la valeur choisie ( maximum 1 mA ) dans l'afficheur LED de gauche et confirmez votre choix avec « enter ».
  - Enfoncez le bouton « HV-ON » pour que le tube commence à fonctionner avec les valeurs précédemment fixées : à ce moment, la diode rouge « HV-ON » s'allume et le filament du tube est brillant : des rayons X sont produits.
- Changement des paramètres d'opération du tube :  
On peut changer les valeurs de la tension d'accélération et du courant d'émission sans éteindre le tube, il suffit d'afficher les nouvelles valeurs avec la molette et de valider avec « Enter ».
- Extinction de la source :  
Enfoncez le bouton « HV-ON » une nouvelle fois pour éteindre le tube.

On trouvera en annexe le mode d'emploi succinct des commandes de face avant, qu'il n'est pas nécessaire de connaître lors d'une acquisition automatisée avec un ordinateur.

### III) Mesure d'un spectre de rayons X

**But :** Relever le spectre des rayons X émis par l'anode de cuivre et dispersés par différents monocristaux analyseurs. Déterminer les énergies des raies d'émission caractéristiques du Cu pour les différents ordres de diffraction.

**Mesures :** On utilisera le spectromètre de Bragg pour mesurer le spectre des rayons X ( polychromatiques ) produits par la source de Coolidge à anticathode de Cu ( tension de polarisation  $U_A=35$  kV, courant d'émission électronique  $I_e=1$  mA ). Pour cela, on enregistre l'intensité des rayons X réfléchis en fonction de l'angle de Bragg  $\theta$  pour un cristal analyseur de fluorure de lithium ( LiF ) ou de bromure de potassium ( KBr ). On travaillera en mode  $\theta$ - $2\theta$  pour rester à tout moment dans les conditions spéculaires, afin que toute raie d'émission soit observée, à un certain angle d'incidence dépendant de sa longueur d'onde ou de son énergie.

Le balayage du spectromètre ainsi que l'acquisition du signal de sortie du détecteur et l'affichage de l'intensité en fonction de l'angle  $\theta$  sont assurés par un programme tournant sur le PC relié à l'appareillage via une liaison série. Le programme contrôle également la source X dont les paramètres peuvent être entrés via la fenêtre de réglage des paramètres d'acquisition du programme du contrôle.

#### Acquisition via le PC :

- Allumez l'appareillage
- Ouvrez la porte de l'appareil et montez les différents éléments
- Connectez l'appareillage au PC via un câble série ( RS-232 ).
- Démarrez le programme « Mesure » et sélectionner « Gauge » → « X-ray Device ».
- Sélectionnez et indiquez les paramètres adéquats dans la fenêtre de réglage
- Fermez et verrouillez la porte de l'appareillage
- Démarrez la mesure.

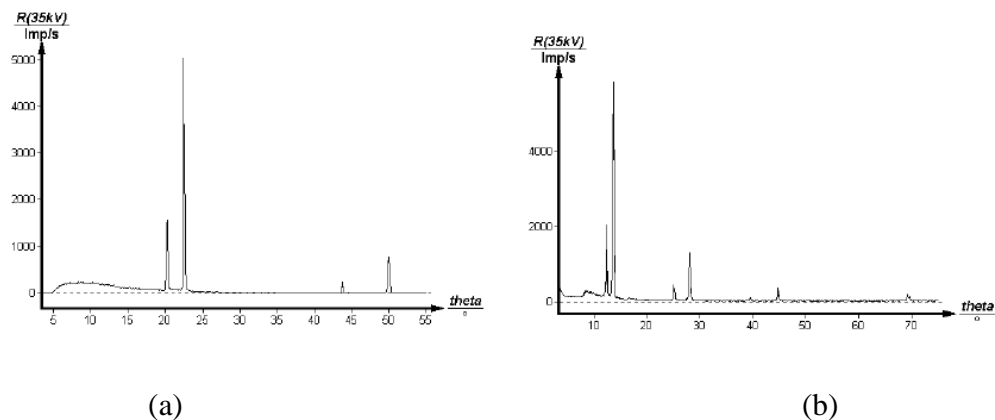
**Précaution à prendre :** Ne pas laisser le détecteur alimenté voir les rayons X en provenance directe de la source ( angles  $\theta < 3^\circ$  ).

**Mesures à réaliser :** Acquérir successivement les spectres des rayons X produits par la source à l'aide de deux cristaux analyseurs, LiF et KBr.

#### Paramètres recommandés ( à titre indicatif ) :

- Source X : tension de polarisation de l'anode  $U_A=35$  kV, courant d'émission électronique  $I_e=1$  mA.
- Cristaux analyseurs : placer successivement LiF(100) et KBr(100) sur leur monture au centre du dispositif.
- Collimateur sur le faisceau rayons X incident : tube avec trou de diamètre 1mm pour LiF et 2mm de diamètre pour KBr.
- Mode  $\theta$ - $2\theta$ , pas angulaire :  $0.1^\circ$ .
- Temps de comptage : 2s par canal
- Plage angulaire en  $\theta$  balayée : de  $3$  à  $55^\circ$  pour LiF, de  $3$  à  $75^\circ$  pour KBr.

**Allure des spectres obtenus ( à titre indicatif ) :**



**Fig.5 :** Intensité des rayons X au détecteur en fonction de l'angle de Bragg  $\theta$  (a) pour un cristal analyseur de LiF et (b) pour un cristal analyseur de KBr.

**Mesures à effectuer sur le spectre obtenu avec l'analyseur LiF :**

- Identifier dans les spectres les structures dues au rayonnement de freinage et celles dues à l'émission des atomes de Cu.
- Spectre LiF : En utilisant la loi de Bragg, calculez la longueur d'onde et l'énergie de chacune des raies présentes dans le spectre ( la distance réticulaire entre les plans (100) du LiF est de  $2.014\text{\AA}$  ).
- A partir de ces valeurs, identifiez l'ordre de diffraction de chacune des raies.
- En déduire une valeur moyenne sur les différents ordres de diffraction pour chaque transition observée.
- A partir de la figure ci-dessus qui montre les niveaux d'énergies électroniques de l'atome de Cu, identifiez quelles sont les transitions responsables des raies observées. Quelles sont les règles de sélection qui régissent les transitions entre les niveaux électroniques ? Est-il possible de séparer les raies  $K\alpha_1$  et  $K\alpha_2$  ?
- Comparez les résultats expérimentaux aux valeurs attendues.

**Mesures à effectuer sur le spectre obtenu avec l'analyseur KBr :**

- Identifier dans les spectres les structures dues au rayonnement de freinage et celles dues à l'émission des atomes de Cu.
- Spectre KBr : En utilisant la loi de Bragg, calculez la longueur d'onde et l'énergie de chacune des raies présentes dans le spectre ( la distance réticulaire entre les plans (100) du KBr est de  $3.290\text{\AA}$  ).
- A partir de ces valeurs, identifiez l'ordre de diffraction de chacune des raies. Jusqu'à quel ordre peut-on observer des raies ?
- Pour calculer avec une précision maximale les valeurs des énergies des rayons X, vaut-il mieux travailler aux petits angles  $\theta$  ou aux grands angles ? Par conséquent, quels sont les ordres de diffraction sur lesquels il est préférable de se baser pour obtenir une valeur fiable des énergies du rayonnement ?
- Comparez les résultats expérimentaux aux valeurs attendues obtenues à partir des différences d'énergies électroniques de l'atome de Cu.

## IV) Structure cristalline de monocristaux de NaCl :

**But :** On dirige des rayons X polychromatiques émis par l'anode de cuivre vers deux cristaux de chlorure de sodium (NaCl) d'orientations différentes. En supposant connues a priori (cf mesures précédentes) les énergies des radiations incidentes, il s'agit de déterminer la distance entre les plans réticulaires pour chaque orientation, ainsi que le paramètre de maille  $a$ .

**Mesures :** On utilisera le spectromètre de Bragg pour mesurer la diffraction des rayons X (polychromatiques) produits par la source de Coolidge à anticathode de Cu par des cristaux de NaCl. Pour cela, on enregistre successivement l'intensité des rayons X réfléchis en fonction de l'angle de Bragg  $\theta$  en utilisant trois cristaux analyseurs de chlorure de sodium de différentes orientations (100), (110) et (111). Les différents pics de Bragg présents dans les spectres seront localisés pour chaque orientation, et on déduira de ces positions les distances inter-réticulaires des plans atomiques impliqués dans la diffraction.

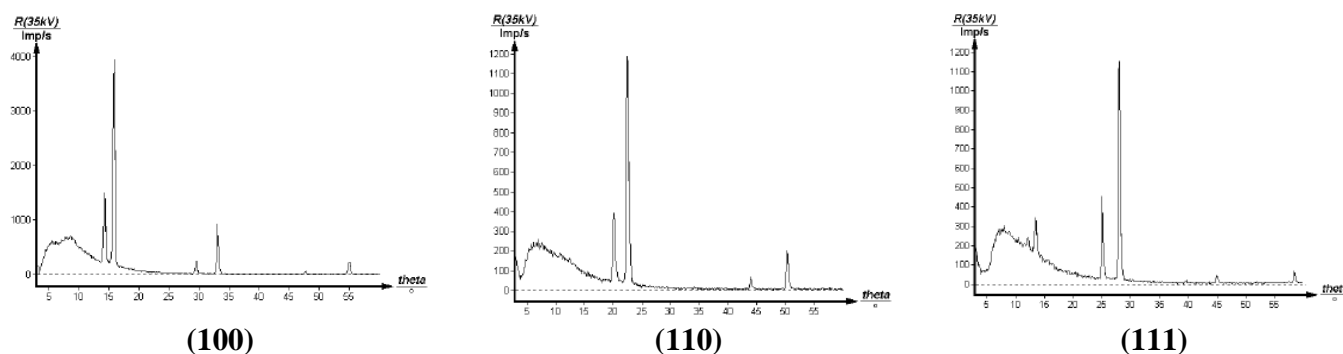
**Précaution à prendre :** Ne pas laisser le détecteur alimenté voir les rayons X en provenance directe de la source (angles  $\theta < 3^\circ$ ).

**Mesures à réaliser :** Acquérir successivement les spectres des rayons X produits par la source à l'aide de deux cristaux analyseurs, NaCl (100) et (110).

**Paramètres recommandés** (à titre indicatif) :

- Source X : tension de polarisation de l'anode  $U_A = 35$  kV, courant d'émission électronique  $I_e = 1$  mA.
- Cristaux analyseurs : placer successivement les différents cristaux de NaCl sur leur monture au centre du dispositif.
- Collimateur sur le faisceau rayons X incident : tube avec trou de diamètre 2mm.
- Mode  $\theta$ - $2\theta$ , pas angulaire :  $0.1^\circ$ .
- Temps de comptage : 2s par canal
- Plage angulaire en  $\theta$  balayée : de  $3$  à  $55^\circ$ .

**Allure des spectres obtenus** (à titre indicatif) :



**Fig.6 :** Intensité des rayons X du Cu en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$  pour un cristal analyseur de trois orientations différentes :

**Mesures à effectuer et analyse des spectres :**

- Relevez la position angulaire de chacune des raies présentes dans les spectres. En utilisant la loi de Bragg, et les énergies des rayonnements X trouvés en première partie, déterminez la distance réticulaire entre les plans responsables des pics de diffraction pour chacun des ordres de diffraction observés.
- En déduire une valeur moyenne sur les différents ordres de diffraction pour les deux orientations cristallines. Avec quelle précision (incertitude absolue) donnez-vous ces valeurs ?
- Pour les deux orientations, déduisez de ces résultats expérimentaux les valeurs obtenues pour le paramètre de maille  $a$ . Comment peut-on expliquer le désaccord manifeste ?
- A quelles familles de plans réticulaires peut-on alors attribuer les pics de diffraction observés pour ces deux orientations ?

## Annexe : Mode d'emploi des commandes de face avant de l'appareillage de diffraction des rayons X.

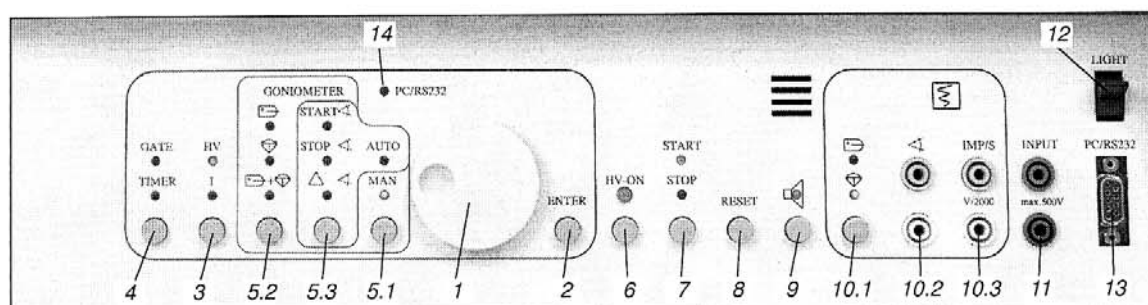


Fig. 3

### 3. The control panel (Fig. 3)

The inwardly inclined, shear-protected control panel holds all the operating elements for putting the X-ray unit, and the goniometer, to use.

- 1 Adjusting wheel  
For setting all variable functions. This dynamically working incremental generator can be turned backwards or forwards. When it is turned more quickly, the steps are greater. The adjusted value is only entered after the "ENTER" button is pressed. Values set with the incremental generator are shown in the upper left digital display.
- 2 The "ENTER" button  
For entering the operating and functional values set with the adjusting wheel.
- 3 The "HV-I" button  
Pressing this button alternately activates the adjustment possibilities for the tube high-voltage (0.0 kV ... 35.0 kV) or the emission current for the X-ray tube (0.00 mA ... 1.00 mA). The corresponding LED and the digital display each indicate which of the two operating quantities, "HV" or "I", has been selected. Use the adjusting wheel to adjust "HV" or "I" to the operating value required, and successively confirm by pressing "ENTER".
- 4 The "GATE-TIME" button  
For selection of either the counting time "GATE" (0.5 s ... 100 s) of the incorporated rate-meter, or the exposure time (1 min ... 10000 min) for X-ray photographs. Use the adjusting wheel to adjust the selected time to the value required, and subsequently confirm it by pressing "ENTER". The set "GATE" value for the counting time of the rate meter is also simultaneously the time for an angle step of the counting tube or sample holder alone or for both together in a 2:1 coupled mode.
- 5 Panel section for controlling the goniometer
  - 5.1 The "MAN-AUTO" button  
For selection of manual or automatic rotation of the counter tube or sample holder. In manual operation, rotation is achieved by turning the adjusting wheel.
  - 5.2 The button with symbols for counter tube - crystal - counter tube + crystal  
For selection of the drive of the sample or counting tube holder, either separately or both synchronously.
  - 5.3 The "START - STOP - %S" button  
For selection of the starting angle "START", the stopping angle "STOP" and the stepping "%S".  
The required values of the angles are again set using the adjusting wheel and then confirmed with "ENTER".
- 6 The "HV-ON" button  
A press on this button activates the tube high-voltage and emission current of the values previously set., and also lights up the red LED signal. A further press on the button switches the tube high-voltage and tube cathode heating off and extinguishes the LED.
- 7 The "START-STOP" button  
To start or stop the automatic drive of the sample holder and/or counting tube holder, as well as to start exposure times.
- 8 The "RESET" button  
For driving the counting tube holder and sample holder back to their previously selected starting position.
- 9 Button with a loudspeaker symbol  
For switching on the rate-meter loudspeaker to have events acoustically signalled.
- 10 Panel section for "analogue output"
  - 10.1 Button with counting tube and crystal symbols  
For choice of output of the analogue voltage for the angular position of the sample holder or counting tube holder at the pair of sockets 10.2.
  - 10.2 Pair of sockets with angle symbol  
Pair of 4 mm sockets for pick-up of a direct voltage proportional to the angle, giving the angular position of the sample holder or counting tube holder.
  - 10.3 Pair of sockets "IMP/S"  
Pair of 4 mm sockets for pick-up of a direct voltage proportional to the counting rate.
- 11 Pair of sockets "INPUT"  
Pair of 4 mm sockets for feeding a voltage (max.500 V) into the experimenting area. The sockets are connected to the two sockets in the base plate of the experimental area.
- 12 "LIGHT" switch  
For switching the interior lighting on and off.
- 13 Socket "PC/RS232"  
SUB-D socket for connection of a PC for complete control of the system.  
When the socket is engaged, LED 14 lights up. Through connection of a PC to this socket, the X-ray unit can be completely controlled via the "Software for X-ray unit, 35 kV" (Item No. 14407.61). After starting the software, the unit automatically switches to the PC mode. Should you wish to leave the PC mode, you must reset the internal memory of the X-ray unit. In order to avoid faulty operation, the reset triggers a restart of the unit. You can only exit the PC mode by switching the unit off and then on again.
- 14 LED  
Display to show that the SUB-D socket is engaged.



Structure de bande à une dimension :  
Analogie acoustique

**Mots-clés :** Physique du solide, Structure de bandes, Bande interdite, Acoustique.

**Résumé du TP :** La propagation d'une onde dans une structure périodique n'est pas possible quelle que soit l'énergie ou la fréquence de l'onde. La propagation d'une onde dans un milieu périodique donne lieu à une structure de bandes, c'est-à-dire une succession de bandes de fréquences ou d'énergies alternativement permises et interdites, qui soit autorisent, soit interdisent la propagation de l'onde (électronique, acoustique, électromagnétique). Ce TP se propose de mettre en évidence une telle structure de bandes en étudiant la propagation d'une onde acoustique dans un tube chargé d'obstacles régulièrement espacés.

**Avertissement :** Dans ce qui suit, on supposera que le lecteur possède un minimum de notions relatives à l'acoustique et la physique du solide. Cependant, les relations nécessaires à la contribution du TP sont justifiées et expliquées, souvent très sommairement pour certaines, et le lecteur veillera à en comprendre l'origine physique. L'étudiant pressé pourra réaliser le TP en allant directement à la partie I.d (onde sonore). La lecture attentive de la première partie (propagation d'une onde électronique dans un potentiel périodique), facultative, complètera utilement le cours de Physique des Solides.

## I) Introduction :

Le regroupement des fréquences des ondes capables de se propager dans un milieu périodique en bandes d'énergies autorisées séparées par des bandes interdites est un phénomène très général en Physique. Nous l'introduirons et le justifierons dans le cadre d'une onde électronique se propageant dans un potentiel périodique à l'intérieur d'un cristal (I-a,b,c). Ensuite, nous montrerons l'analogie avec une onde acoustique se propageant dans un milieu dont l'impédance subit des variations périodiques (I-d).

### a) Propagation d'électrons dans un potentiel périodique :

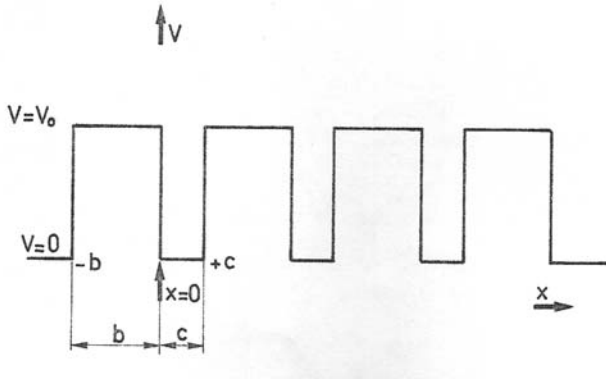
Rappelons d'abord brièvement que l'onde associée au mouvement d'électrons libres de masse  $m$  est  $\psi = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , avec  $\lambda$  la longueur d'onde associée à l'électron en mouvement et  $k$  le vecteur

d'onde, lié à l'énergie cinétique  $E$  par la relation  $E = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}$ . L'équation de Schrödinger

(indépendante du temps) de ce mouvement est  $-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = E \psi$ , où toutes les valeurs propres de  $E$  autorisées par le principe de conservation de l'énergie totale sont permises, ainsi que toutes les valeurs de  $k$  correspondantes (solutions stationnaires).

Considérons maintenant un électron qui se déplace dans un milieu possédant la symétrie d'un réseau cristallin, et qui subit, de la part des cœurs ioniques aux nœuds de ce réseau, une interaction attractive. Dans le cadre d'un modèle simple à une dimension, nous allons montrer que contrairement au

cas précédent, toutes les valeurs de  $k$  ne sont plus possibles. Considérons donc l'onde électronique  $\psi(x)$  subissant l'action d'un potentiel périodique idéalement simple<sup>1</sup> représenté à la figure 1.



Nous considérerons que le cristal a une dimension infinie et le prenons à une dimension pour simplifier le calcul. L'équation de Schrödinger est ici :

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + (E - V(x))\psi(x) = 0 \quad (1)$$

On choisira pour  $y(x)$  une fonction du type :

$$\psi(x) = e^{ik \cdot x} u(x) \quad (2)$$

**Figure 1**

où  $u(x)$  est une fonction qui a la périodicité  $c+b$  du potentiel cristallin et qui vaut 1 quand  $V(x)=0$  (cas de l'électron libre). Le sens physique de cette solution étant évident, nous ne démontrerons pas plus avant ce point, bien connu en physique du solide sous le nom de « Théorème de Bloch ». Reportant (2) dans (1), on obtient :

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + 2ik \frac{du}{dx} - \left( k^2 - \frac{2mE}{\hbar^2} + \frac{2mV(x)}{\hbar^2} \right) u = 0 \quad (3)$$

Il est utile de poser :

$$\alpha = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}, \text{ constante positive s'exprimant en cm}^{-1},$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}}, \text{ grandeur réelle pour } E > V_0, \text{ imaginaire pour } E < V_0.$$

Appelant  $u_1$  et  $u_2$  les fonctions solutions de (3) dans les intervalles respectifs  $0 < x < c$  et  $-b < x < 0$ , la relation (3) se dédouble :

$$\frac{d^2 u_1}{dx^2} + 2ik \frac{du_1}{dx} - (k^2 - \alpha^2) u_1 = 0 \quad \text{quand } V(x)=0 \text{ soit } 0 < x < c$$

$$\frac{d^2 u_2}{dx^2} + 2ik \frac{du_2}{dx} - (k^2 - \beta^2) u_2 = 0 \quad \text{quand } V(x)=V_0 \text{ soit } -b < x < 0$$

On laissera au lecteur le soin de vérifier que ces deux équations différentielles (du second ordre à coefficients constants) ont pour solutions :

$$u_1 = Ae^{i(\alpha-k)x} + Be^{-i(\alpha+k)x}, \quad \text{pour } 0 < x < c \quad (4)$$

$$u_2 = Ce^{i(\beta-k)x} + De^{-i(\beta+k)x}, \quad \text{pour } -b < x < 0 \quad (5)$$

Pour que ces deux fonctions satisfassent aux conditions de raccord ou de continuité en  $-b, 0, c$ , il faut que :

$$\begin{aligned} u_1|_{x=0} &= u_2|_{x=0} & u_1|_{x=c} &= u_2|_{x=-b} \\ \frac{du_1}{dx}|_{x=0} &= \frac{du_2}{dx}|_{x=0} & \frac{du_1}{dx}|_{x=c} &= \frac{du_2}{dx}|_{x=-b} \end{aligned}$$

Soit, pour (4) et (5), quatre conditions formant un système de quatre équations à quatre inconnues  $A, B, C, D$  :

<sup>1</sup> Ce potentiel n'est qu'une approximation grossière du potentiel réel que subit l'électron dans un cristal, mais il a l'avantage de fournir un résultat qualitatif convenable sans compliquer démesurément les calculs.

$$\begin{aligned}
A + B &= C + D & A e^{i(\alpha-k)c} + B e^{i(\alpha+k)c} &= C e^{-i(\beta-k)b} + D e^{i(\beta+k)b} \\
A i(\alpha-k) - B i(\alpha+k) &= C i(\beta-k) - D i(\beta+k) \\
A i(\alpha-k) e^{i(\alpha-k)c} - B i(\alpha+k) e^{i(\alpha+k)c} &= C i(\beta-k) e^{-i(\beta-k)b} - D i(\beta+k) e^{i(\beta+k)b}
\end{aligned}$$

qui ne fournissent de solution non identiquement nulles pour les inconnues A,B,C,D que si le déterminant s'annule. Le lecteur vérifiera que, tous calculs faits, ceci donne :

$$\varphi(E) = -\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \sin(\alpha c) \sin(\beta b) + \cos(\alpha c) \cos(\beta b) = \cos(k(c+b)) \quad (6)$$

que nous garderons sous cette forme quand  $\beta$  est réel, et que nous écrirons sous la forme suivante<sup>2</sup> lorsque  $\beta = i\gamma$  ( $E < V_0$ ) :

$$\begin{aligned}
\varphi(E) &= -\frac{\gamma^2 - \alpha^2}{2\alpha\gamma} \sin(\alpha c) \sinh(\gamma b) + \cos(\alpha c) \cosh(\gamma b) = \cos(k(c+b)) \\
\gamma &= \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}, \quad \text{réel quand } E < V_0
\end{aligned} \quad (7)$$

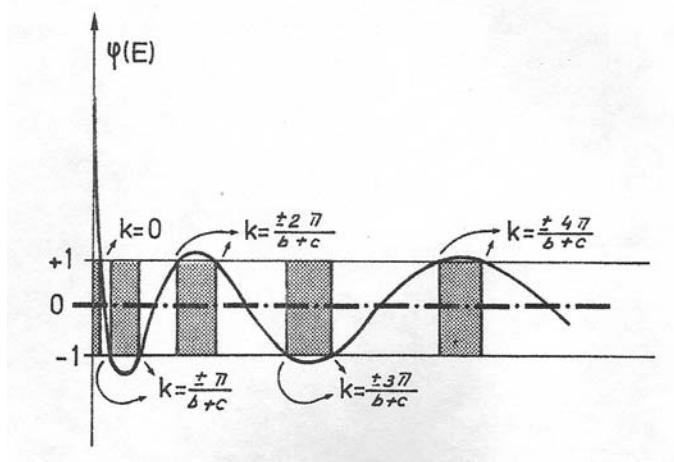
La fonction d'onde  $\psi(x)$  doit avoir un comportement « convenable » en  $x = \pm\infty$ . Cette condition ne sera satisfaite que si  $k$  est réel. En effet, si  $k$  était complexe,  $y(x)$  aurait une partie exponentielle et tendrait alors vers l'infini pour  $x = +\infty$  et  $x = -\infty$ . Pour  $k$  réel,  $u(x)$  reste donc une fonction oscillante. La condition «  $k$  réel » n'est vérifiée que si la valeur du membre de gauche de l'égalité (6) est compris entre -1 et +1 lorsque  $E > V_0$ , ou si la valeur du membre de gauche de l'égalité (7) est compris entre -1 et +1 lorsque  $E < V_0$ .

Il est possible de réécrire (6) et (7) sous la forme :  $K \cos(\alpha c - \delta) = \cos(k(c+b))$

avec :

$$\begin{aligned}
K_{(5)} &= \sqrt{1 + \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2}{4\alpha^2\beta^2} \sin^2(\beta b)} & K_{(6)} &= \sqrt{1 + \frac{(\alpha^2 + \gamma^2)^2}{4\alpha^2\gamma^2} \sinh^2(\gamma b)} \\
\tan(\delta) &= -\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \tan(\beta b) & \tan(\delta) &= \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{2\alpha\gamma} \tanh(\gamma b)
\end{aligned}$$

Dans un cas comme dans l'autre,  $K$  est un terme qui oscille avec  $E$ , toujours supérieur à l'unité, infini pour  $\alpha = 0$  ( $E = 0$ ), et proche de 1 pour  $\alpha \approx \beta$ , c'est-à-dire aux énergies élevées  $E \gg V_0$ . Remarquons encore que  $\alpha^2 - \beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 = \frac{2mV_0}{\hbar^2} = \text{Constante}$ .



**Figure 2**

Portant alors en graphique  $\varphi(E)$  en fonction de  $E$ ,  $\varphi(E)$  étant le membre de gauche de (6) ou de (7), on obtient donc une courbe oscillante indiquant les régions où  $k$  est réel et donc les valeurs permises de  $E$  ( Figure 2 ).

<sup>2</sup> On rappelle que  $\sinh(ix) = i \sin(x)$



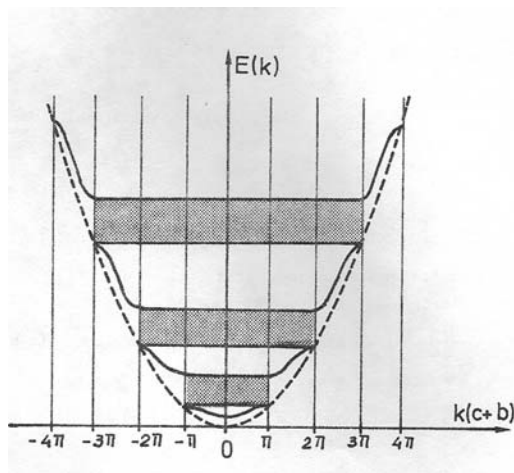


Figure 3

**En conclusion : Un électron soumis dans un cristal à un potentiel périodique ne peut occuper qu'une série de bandes d'énergies séparées par des bandes interdites.**

Ce résultat a été acquis dans le cas simple d'un réseau unidimensionnel représenté par un potentiel en créneaux. On aboutit à des conclusions semblables lorsqu'on utilise un potentiel d'interaction plus réaliste.

### b) Zones de Brillouin :

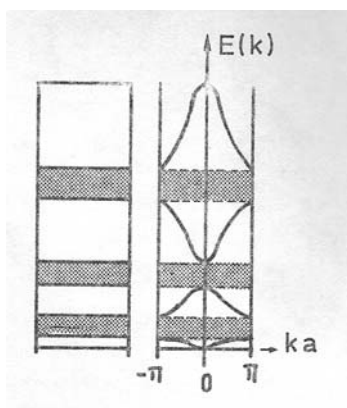


Figure 4

Les zones comprises entre les différentes valeurs de  $n \frac{\pi}{c+b}$ ,  $n=1,2,\dots$  sont appelées première zone de Brillouin, deuxième zone de Brillouin,... Remarquant que le membre de droite des égalités (6) et (7) est une fonction périodique de  $\frac{\pi}{c+b}$ , on peut représenter les différentes zones de Brillouin par superposition dans un diagramme d'ouverture horizontale  $\frac{\pi}{c+b}$ . C'est ce qu'on appelle une représentation en zones réduites ( Fig.4 ).

### c) Cas d'un cristal de dimensions finies :

Si on considère un cristal unidimensionnel de longueur  $L$  contenant  $N$  atomes séparés d'une distance  $c+b$  et qu'on oblige l'onde électronique à s'y confiner, la condition<sup>3</sup> pour qu'il s'y établisse des ondes stationnaires est que  $k$  prenne une des valeurs  $k = \frac{n\pi}{L} = \frac{n\pi}{N(c+b)}$ ,  $n=1,2,3,\dots,N$ . Cette série de  $N$

niveaux constitue la première zone de Brillouin, et on voit que son extension est de  $\frac{2\pi}{c+b}$ . Toutes les

zones successives de même largeur contiennent exactement le même nombre d'états. En tenant compte des deux orientations possibles du spin de l'électron, chaque zone permise est susceptible d'accueillir  $2N$  électrons. Les réseaux cristallins constitués d'éléments de valence 1 fournissent  $N$  électrons à la première bande permise et la remplissent donc à moitié. Les réseaux d'éléments de valence 2 en fournissent  $2N$  et remplissent complètement la première bande. Les premiers sont bons conducteurs, les seconds généralement isolants... La suite en UE5 !

<sup>3</sup> Puisque  $k=2\pi/\lambda$ , cette condition est équivalente au modèle d'une corde vibrante de longueur  $L$  où les ondes stationnaires autorisées ( modes ) sont celles pour lesquelles  $L=n\lambda/2$ , ou encore  $\lambda=2L/n$ , ou encore  $2\pi/k=2L/n$ , soit  $k=\pi n/L$ .

#### d) Bandes soniques 1D :

Nous allons maintenant envisager la propagation d'ondes sonores dans une structure unidimensionnelle ( un tube ) présentant une série d'obstacles ( réduction de diamètre du tube ou bouchons de matière ) dans un arrangement périodique. On montre en acoustique que les solutions ( modes normaux ) pour les ondes sonores  $\varphi_k(x)$  qui se propagent le long d'un tube infiniment long obéissent à une équation de Helmholtz du type :

$$\frac{d^2 \varphi_k(x)}{dx^2} + F(x) \varphi_k(x) = 0 \quad (8)$$

On remarquera l'analogie avec l'équation de Schrödinger (1).  $F(x)$  est une fonction périodique de période  $d$ , qui représente un changement périodique de densité à l'intérieur du tube :

$$F(x + nd) = F(x) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

On supposera que  $F(x)$  présente des changements de densité infiniment étroits et abrupts régulièrement espacés tout au long du tube, une approximation que justifie le fait que l'épaisseur des obstacles est faible devant la longueur du tube, et qui mènera à des calculs plus simples en comparaison avec le potentiel en créneaux de la Fig.1. Explicitement, nous prendrons pour  $F(x)$  la forme suivante ( Fig. 5 ) :

$$F(x) = K^2 \left( 1 + gd \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(x - nd) \right)$$

où  $g$  est une mesure de l'amplitude ( du poids ) des fonctions  $\delta$  localisées en  $nd$ , et où  $K = \omega/v$  correspond au nombre d'onde dans le milieu volumique du tube ( l'air ), entre les discontinuités  $\delta(x - nd)$  (  $v$  est donc la vitesse de l'onde sonore dans l'air ). La présence de barrières infiniment fines va simplifier nettement la solution du problème.

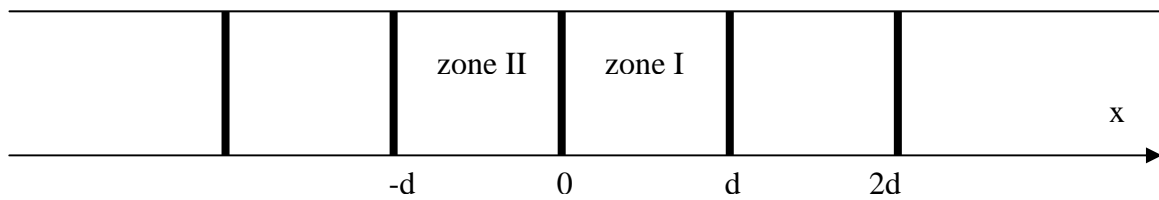


Figure 5

Comme pour (2), on écrira les solutions de (8) sous la forme :  $\varphi_{\pm}(x) = e^{\pm i k \cdot x} u(x)$

En remplaçant dans (8), on obtient l'équivalent de (4) et (5), soit comme solutions dans les deux régions ( zones I et II ) proches de l'origine :

$$\begin{aligned} \varphi_I(x) &= A e^{iKx} + B e^{-iKx}, \\ \varphi_{II}(x) &= e^{-ikd} \left( A e^{iK(x+d)} + B e^{-iK(x+d)} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$K = \omega/v$  est déterminé par la fréquence de l'onde libre dans l'air,  $k$  est le vecteur d'onde correspondant aux ondes se propageant à l'intérieur du tube régulièrement corrugé.

Ici aussi, les coefficients  $A$  et  $B$  s'obtiennent à partir des conditions de raccord en  $x=0$  :

$$\begin{aligned} \varphi_I(0^+) &= \varphi_{II}(0^-), \\ \varphi_I'(0^+) - \varphi_{II}'(0^-) + gdK^2 \varphi(0) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

dans lesquelles on insère les expressions (9). Ceci donne un système de deux équations  $A$  et  $B$ , que l'on peut mettre sous forme matricielle :

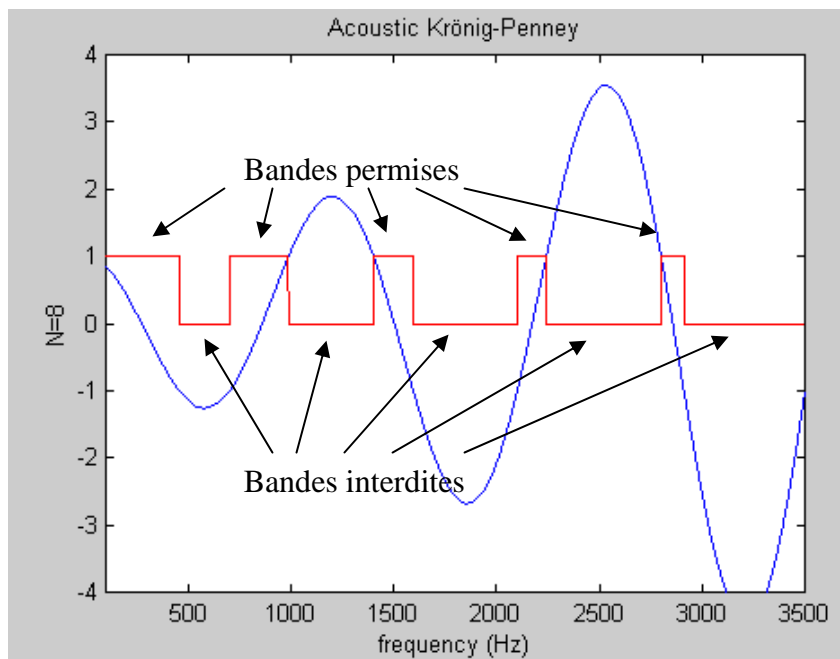
$$M \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$M \equiv \begin{pmatrix} 1 - e^{-i(k-K)d} & 1 - e^{-i(k-K)d} \\ iK(1 - e^{-i(k-K)d}) + gdK^2 & -iK(1 - e^{-i(k+K)d}) + gdK^2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

L'équation (11) possède une infinité de solutions non-triviales si et seulement si le déterminant de M est nul, ce qui fournit la relation de dispersion suivante entre le vecteur d'onde dans le milieu périodique et le vecteur d'onde dans le milieu sans obstacles. Cette relation, analogue à (6) ou (7), s'écrit :

$$\cos(kd) = \cos(Kd) - \frac{g}{2} Kd \sin(Kd) \equiv f_g(Kd) \quad (13)$$

La condition  $|\cos(kd)| \leq 1$  ne peut être satisfaite que si  $|f_g(Kd)| \leq 1$ . Pour les valeurs de  $Kd$  ( de  $\omega$  ) où cette condition est remplie, la propagation à travers le réseau est possible. Pour toutes les autres plages de  $Kd$  pour lesquelles la condition est violée, la propagation de l'onde sonore est interdite.



**Figure 6**

La variation de la fonction  $f_g(Kd)$  est indiquée schématiquement à la fig.6 pour une valeur particulière de  $g=0.6$ . On voit bien la succession des bandes alternativement permises et interdites. Remarquons que l'axe des abscisses a été directement gradué en fréquences. On a appliqué ici l'équation (13) à un modèle fini, soit un tube de 2 m de longueur ( $L=2$  m) obstrué par 7 obstacles régulièrement espacés, de sorte que  $d=L/8$ .

## II) Mesures à réaliser et simulations :

Vous disposez d'un tube de longueur  $L=2,00\text{m} \pm 1\text{cm}$ , dans lequel on peut insérer des obstacles amovibles régulièrement espacés. A chaque bout de tube sont placés deux haut-parleurs d'une bande passante approximative de l'ordre de 20 Hz à 7kHz. Un générateur de signaux de basses fréquences vous permet d'attaquer un de ces haut-parleurs avec une onde sonore sinusoïdale ou carrée de fréquence et d'amplitude variables. Un oscilloscope à mémoire relié via un préamplificateur au haut-parleur de l'autre extrémité utilisé en microphone permet de visualiser le signal sonore transmis dans le tube. Il est possible de sortir sur disquette la ou les traces mesurées à l'oscilloscope (demandez les détails sur le fonctionnement de l'oscilloscope à votre encadreur) sous forme d'une image ou sous forme d'un tableau de nombres, à récupérer dans un logiciel adéquat (par exemple Igor). Un détecteur d'enveloppe permet d'isoler l'enveloppe (l'amplitude) du signal de sortie quand le tube est attaqué avec un signal sonore dont la fréquence est balayée par le générateur BF.

### 1) Tube lisse

Positionnez correctement tous les couvercles en PVC afin de reconstituer un tube lisse.

- Analyse harmonique : Faites le montage adéquat afin de mesurer expérimentalement la courbe « Intensité sonore transmise » en fonction de la fréquence de l'onde sonore, en excitant le haut-parleur avec une tension sinusoïdale de fréquence variable (wobulateur) dans la bande passante

des hauts-parleur/microphone. Vous produirez un graphe dont l'abscisse sera graduée directement en fréquence à l'aide d'un signal en dent de scie proportionnel à la fréquence de sortie du wobulateur.

***Indications pratiques :** Vous utiliserez en sortie du préamplificateur le détecteur d'enveloppe et utiliserez l'oscilloscope en double trace pour produire un graphe de l'amplitude de l'onde sonore transmise à travers le tube et de la fréquence du signal sonore, disponible sous forme d'une tension  $V$  proportionnelle à la fréquence en provenance du wobulateur ( en face arrière ).*

- Questions :
  - Comment se répartissent les fréquences capables de se propager dans le tube lisse ?
  - Distinguez-vous une périodicité dans vos mesures ?
  - Pouvez-vous justifier simplement l'origine de cette périodicité ?
  - Par analogie avec une cavité ou une corde vibrante, établissez une relation simple liant les positions en fréquence de ces modes à la longueur du tube.
  - A partir de vos mesures, calculez l'écart en fréquence moyen entre deux modes. En utilisant la relation établie ci-dessus donnant la différence en fréquence entre deux modes de cavité, déduisez la vitesse de l'onde.
- Facultatif : Analyse temporelle : En attaquant le tube lisse avec un signal carré de fréquence adéquate, mesurez le temps nécessaire à l'onde sonore pour effectuer une série d'allers-et-retours. A partir de l'écart temporel moyen entre les différents échos, déduisez la vitesse de l'onde sonore et vérifiez la valeur obtenue ci-dessus.

## 2) Tube partitionné en cellules

Placez maintenant les obstacles en PVC adéquats afin de constituer un tube divisé en  $N$  cellules de même taille. On prendra dans un premier temps  $N=8$ .

- Analyse harmonique ( expérience ) : En procédant comme ci-dessus, mesurez expérimentalement la courbe spectrale « Intensité sonore transmise » en fonction de la fréquence de l'onde sonore pour le tube partitionné en 8 cellules. Comme pour le tube lisse, vous produirez un graphe dont l'abscisse sera graduée directement en fréquence.
- Que constatez-vous ? Combien de bandes passantes voyez-vous dans cette gamme de fréquences ?
- Précisez les fréquences limites de chaque bande autorisée. Comment varie la largeur des bandes permises quand la fréquence augmente ? Et celle des bandes interdites ?
- Refaites l'analyse harmonique pour  $N=2,4$  et 16 cellules. Quelle évolution constatez-vous ?

**Conclusions :** On rencontre généralement en Physique deux grands types d'ondes, à savoir des ondes « libres » ( se propageant librement ) qui peuvent avoir n'importe quelle fréquence, et des ondes stationnaires, qui apparaissent à des fréquences discrètes « autorisées ». On retrouve cette dichotomie en mécanique quantique ( états libres ou de diffusion, et états liés ). Nous avons décrit un troisième type d'ondes qui apparaissent dans des milieux périodiques ( infinis ) ou localement périodiques, dont les fréquences appartiennent à des bandes autorisées continues, séparées par des bandes interdites. Si ces structures de bandes sont typiquement la signature de l'état solide, un phénomène analogue peut se produire pour des ondes acoustiques, électromagnétiques, ou même océaniques. En acoustique, des « écrans sonores » développés sur ce principe servent à isoler des habitations des bruits de roulement générés par le trafic automobile, tandis qu'en optique, on fabrique des solides micro-structurés qui bloquent la propagation de la lumière dans certaines plages de fréquence ( faites une recherche sur « photonic bandgap » dans Google ! ).

Pour aller plus loin :

- Simulation : Sous MatLab, MatCad ou sous Igor ( à votre convenance ), tracez la condition (13) pour un tube partitionné. Identifiez sur votre graphe les bandes interdites et autorisées, et comparez ce résultat à l'expérience pour  $N=2,4,8$  et 2 cellules.





## **Master 1 de Physique** **Physique Expérimentale**



### Détermination de la constante de Boltzmann k à partir des propriétés de la jonction PN

**Mots-clés :** Physique statistique, Physique du solide, Constantes fondamentales, Physique des semiconducteurs, Jonction PN.

**Résumé du TP :** A partir de la caractéristique courant-tension d'une jonction PN, il est possible de déterminer le rapport des constantes universelles  $e/k$  (*i.e.* charge élémentaire de l'électron sur constante de Boltzmann). Moyennant la répétition de cette mesure pour une ou plusieurs températures différentes, on peut également obtenir la valeur de la bande interdite du semiconducteur constituant la jonction.

**Avertissement :** Dans ce qui suit, on supposera que le lecteur possède un minimum de notions relatives à la physique des semiconducteurs, en particulier de la jonction PN. Cependant, les relations nécessaires à la contribution du TP sont justifiées et expliquées, bien que très sommairement pour certaines vu la concision de l'exposé. Le cours de Physique des Solides permettra de mieux comprendre l'origine des relations employées ici. En attendant, on pourra les employer telles quelles, tout en veillant à en comprendre l'origine physique. L'étudiant sérieux complètera utilement ce TP en consultant les ouvrages de Physique des solides, dont la plupart abordent en long et en large la Physique des semiconducteurs en général et de la jonction PN en particulier.

## **I) Introduction :**

### **Statistique de Boltzmann :**

La distribution de Boltzmann est un des résultats les plus fondamentaux de la mécanique statistique. Elle exprime la densité de probabilité  $P(E)$  qu'une particule d'un système avec un nombre fixe de particules, en équilibre avec un réservoir de chaleur à la température  $T$ , possède une énergie  $E$ . Cette énergie est proportionnelle au facteur de Boltzmann  $e^{-E/kT}$ , affecté d'un poids  $g(E)$  qui traduit la dégénérescence des niveaux d'énergie accessibles aux particules. En bref,

$$P(E) \propto g(E) e^{-E/kT} \quad (1)$$

où  $k$  est la constante de Boltzmann.

### **Probabilité de franchissement d'une barrière énergétique :**

La probabilité  $P(\Delta E)$  qu'une particule du système franchisse une barrière de potentiel de hauteur  $\Delta E$  est proportionnelle à  $\int_0^{+\infty} g(\varepsilon) e^{-(\varepsilon+\Delta E)/kT} d\varepsilon$ , où  $\varepsilon$  est l'énergie mesurée à partir du haut de la barrière et  $g(\varepsilon)$  la densité d'états dans la région de la barrière. L'intégration de cette expression fournit :

$$P(\Delta E) \propto f(T) e^{-\Delta E/kT} \quad (2)$$

où  $f(T)$  est une fonction lentement variable avec  $T$ , qui dépend de la forme précise de  $g(\varepsilon)$ . Pour un système tri-dimensionnel, on peut montrer que  $g(\varepsilon) \propto \varepsilon^{1/2}$ , et donc  $f(T) \propto T^{3/2}$ .

### Physique de la jonction PN :

Comme exemple de particules franchissant une barrière de potentiel grâce à leur énergie thermique, nous allons considérer le mouvement des électrons dans un transistor bipolaire NPN. On forme un transistor en accolant deux jonctions PN (jonction Emetteur-Base et Base-Collecteur), dans lesquelles les électrons subissent le gradient de potentiel schématisé à la figure 1 ci-dessous.

Un électron dans l'émetteur a une certaine probabilité, donnée par (2), d'occuper un état énergétique supérieur à la barrière. Ces électrons suffisamment énergétiques peuvent donc franchir la barrière et atteindre le collecteur, contribuant ainsi à ce que l'on nomme le courant de diffusion des porteurs majoritaires, qui va de l'émetteur au collecteur. La barrière  $\Delta E'$  entre le collecteur et la base est suffisamment haute pour que la probabilité qu'un électron retourne vers l'émetteur est négligeable. Si l'on néglige aussi le faible courant qui circule dans la base (dû aux recombinaisons e-/trous dans la zone P de la base, le courant de diffusion de l'émetteur au collecteur,  $I_D$ , est donc déterminé par  $P(\Delta E)$ .

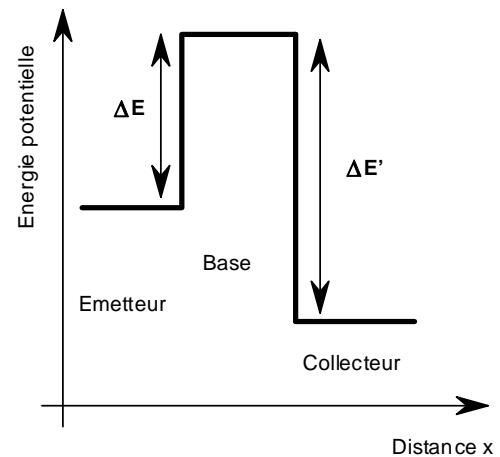


Figure 1

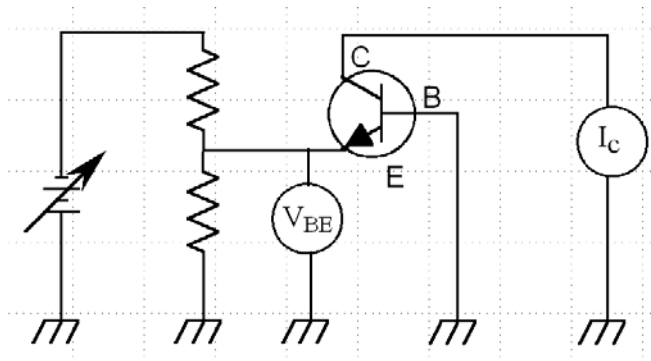


Figure 2

La figure 2 montre comment on peut très simplement faire varier la hauteur de la barrière  $\Delta E$  en contrôlant la tension  $V$  ( $V_{BE}$ ) entre la base et l'émetteur. Remarquons que dans cette configuration, la base et le collecteur étant reliés électriquement (on dit que le transistor travaille en « transdiode »), la barrière  $\Delta E'$  ne varie pas. Pour  $V=0$ , la barrière  $\Delta E$  a une valeur intrinsèque  $\phi$  proche de celle de la bande interdite du semiconducteur (environ 1 eV à l'ambiante pour le silicium).

Si l'on polarise la jonction émetteur-base dans le sens passant (i.e. base positive par rapport à l'émetteur), on réduit la hauteur de barrière à la valeur  $\Delta E = \phi - qV$  où  $-q$  est la charge de l'électron. La diminution de la barrière va augmenter le courant de diffusion  $I_D$ , proportionnel à  $P(\Delta E)$ .  $I_D$  s'exprime :

$$I_D \propto e^{-\Delta E/kT} = e^{-(\phi - qV)/kT}$$

$$I_D = I_0 e^{qV/kT}, \text{ avec } I_0 \propto f(T) e^{-\phi/kT}$$

En plus de ce courant de diffusion, il faut aussi considérer un courant inverse  $I_R = -I_D(V=0) = -I_0$  dû à deux causes : 1) à des porteurs minoritaires (les trous dans l'émetteur) qui, atteignant la zone désertée par diffusion, sont entraînés par le champ électrique qui y règne, 2) à la génération thermique de porteurs (de paires électron-trou) dans la zone désertée de la jonction. Ce courant est relativement indépendant de la tension de polarisation  $V$  (tant qu'elle n'est pas trop grande), et on peut considérer qu'il ne dépend que de la concentration des porteurs minoritaires de part et d'autre de la zone désertée et de leur diffusion. Ces deux courants sont toujours présents quelle que soit la valeur de la tension de polarisation. Si celle-ci est nulle, les

deux courants se compensent exactement ( $I_R = -I_0$ ), puisqu'on ne peut avoir de courant net parcourant la jonction en l'absence de polarisation. En résumé, le courant total parcourant la jonction est donc :

$$I = I_D - I_0 = I_0 \left[ e^{qV/kT} - 1 \right], \quad (3)$$

relation connue sous le nom d'équation de Shockley ( ou d'Ebers-Moll ), qui exprime la relation courant-tension  $I(V)$  pour une diode idéale ( Fig.3(a) et (b) ). Le terme exponentiel augmente très rapidement avec la tension de polarisation  $V$ , et l'on pourra généralement négliger le  $-I_0$  en polarisation directe, (3) devenant alors :

$$I \approx I_0 e^{qV/kT}.$$

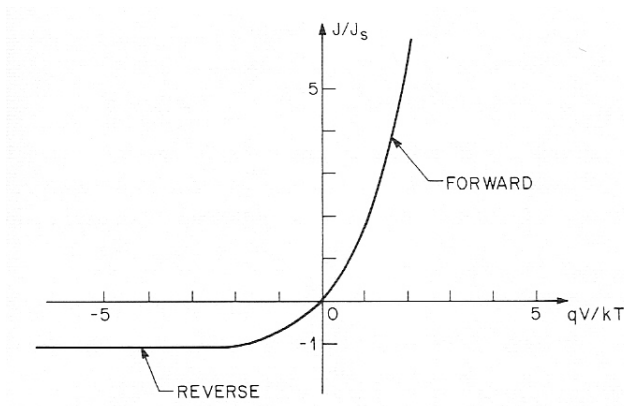


Figure 3 a : ( ordonnée linéaire )

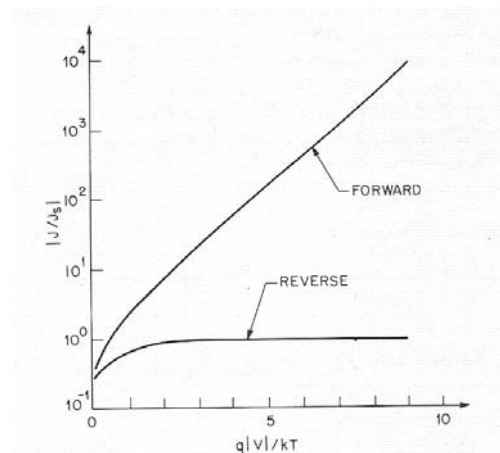


Figure 3 b : ( graphe semi-logarithmique )

### Questions à reporter au cahier :

- Calculez la valeur de l'exposant  $\frac{q}{kT}$  à la température ambiante.
- A partir de quelle valeur  $V_{\text{seuil}}$  de la polarisation peut-on négliger le courant inverse si l'on admet une erreur de 1% sur la valeur de  $I$  ?
- Dans le cadre de cette approximation, déterminez la dépendance de  $\ln(I)$  en fonction de  $V$ . Que vaut la pente de cette droite ?
- Au vu de cette relation, quel protocole de mesure pouvez-vous proposer pour déterminer expérimentalement le rapport  $\frac{q}{k}$  ?
- Passez au point III-1 et réalisez les mesures nécessaires avant de revenir au point II.

## II) Encore un peu de Physique...

### Expression du courant inverse dans la jonction en fonction de la température :

Remarquons que nous pouvons facilement extraire la valeur du courant inverse  $I_0$  en prolongeant la courbe  $I(V)$  expérimentale jusqu'à  $V=0$ . Nous allons maintenant examiner la dépendance en température de ce courant inverse, dans le but de faire apparaître l'énergie de la bande interdite du semiconducteur et de voir comment l'extraire expérimentalement. Comme nous l'avons indiqué plus haut, le courant inverse dans la jonction est donné par la somme de deux contributions :

- un courant de diffusion des porteurs minoritaires ( les trous dans l'émetteur ) qui, atteignant la zone désertée par diffusion, sont entraînés par le champ électrique qui y règne,



- un courant dû à la génération thermique de porteurs ( de paires électron-trou ) dans la zone désertée de la jonction.

Quantitativement, la densité de courant inverse associée à ces deux contributions, qui dépend de la température, s'exprime en fonction des coefficients et des longueurs de diffusion et des concentrations en porteurs minoritaires  $n_{p_0}$  et  $p_{n_0}$ . Elle s'exprime par l'équation de Shockley qui s'écrit<sup>1</sup> :

$$J_R \equiv q \frac{D_p p_{n_0}}{L_p} + q \frac{D_n n_{p_0}}{L_n} \approx q \frac{D_p p_{n_0}}{L_p} \quad (4)$$

En pratique, on peut généralement négliger l'un des deux termes dans la mesure où on a affaire à une jonction PN non-symétriquement dopée, qui dans notre transistor est de type  $p^+n$ . Les quantités  $D_p$ ,  $p_{n_0}$  et

$L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p}$  dépendent toutes de T, et on suppose que  $\frac{D_p}{\tau_p} \propto T^\gamma$ , où  $\gamma$  est une constante. Dans ce cas, la densité de courant inverse s'exprime :

$$J_R \approx q \frac{D_p p_{n_0}}{L_p} = q \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \frac{n_i^2}{N_D} \quad (5)$$

La dépendance de la concentration intrinsèque en porteurs est donnée par<sup>1</sup> :

$$n_i^2(T) \propto T^3 e^{-E_G(T)/kT}, \quad (6)$$

où  $E_G(T)$  représente l'énergie de bande interdite, également dépendante de la température ( voir ci-dessous ).

En combinant (4), (5) et (6), on obtient l'expression de la dépendance de  $I_0$  en fonction de la température :

$$I_0(T) = C T^{\frac{3+\gamma}{2}} e^{-E_G(T)/kT}, \quad (7)$$

où C est une constante.

Afin de déduire une valeur de  $E_G$  de la mesure de  $I_0(T)$ , il nous reste à modéliser la dépendance de l'énergie de bande interdite avec la température. On sait que l'énergie de gap diminue globalement avec la température, et on peut approximer cette dépendance de manière approximative par la relation linéaire suivante, valable pour des températures suffisamment grandes ( $> 200K$ ) :

$$E_G(T) = E_G^0 - \alpha T \quad (8)$$

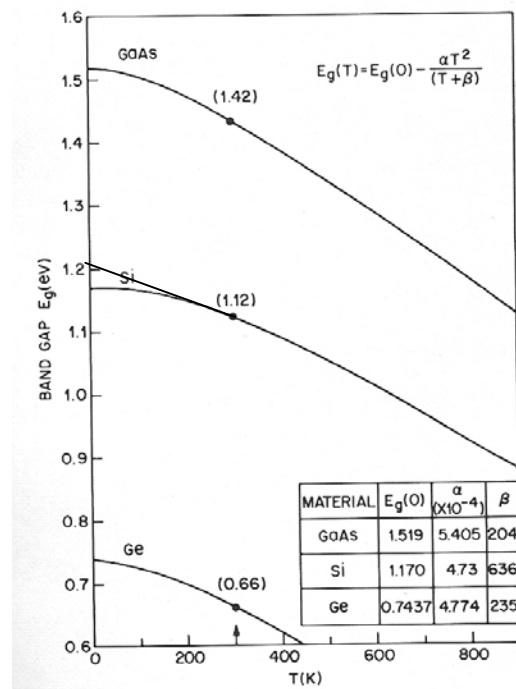


Figure 4

A basse température, une mesure de l'énergie de gap montre que celle-ci se rapproche d'une valeur constante  $E_0$  ( Fig.4 ). En combinant les relations (7) et (8), nous allons obtenir une valeur expérimentale pour  $E_G^0$ . En vertu de ce que nous venons de dire, nous ne pouvons donc obtenir qu'une estimation par excès ( trop grande )

<sup>1</sup> La justification complète de ces relations n'est pas possible dans le cadre limité de ces notes. Nous renvoyons le lecteur curieux à son cours de Physique du solide ou aux ouvrages spécialisés, par exemple S.M.SZE, *Physics of Semiconductor Devices* – second edition, J.WILEY & Sons editors, New-York, 1981

<sup>2</sup> Avec la dilatation du solide, l'interaction inter-atomique diminue, ainsi que le recouvrement des orbitales atomiques responsable de la levée de dégénérescence des niveaux d'énergie. Par conséquent, la largeur des bandes diminue.

de la vraie valeur de l'énergie de gap à 0K, soit  $E_0$ . Pour fixer les idées, on pourra comparer les valeurs expérimentales obtenues pour  $E_G^0$  (extrapolation linéaire) et  $E_0$  (gap réel à 0K) pour les semiconducteurs habituels Si et Ge :

	$E_G^0$	$E_0$
Si	1.205 eV	1.170 eV
Ge	0.782 eV	0.746 eV

Finalement, en combinant les relations (7) et (8) et en prenant le logarithme, nous obtenons la relation :

$$\ln(I_0) = \left[ \ln(C) + \frac{\alpha}{k} \right] - \frac{E_G^0}{kT} + \left( \frac{3+\gamma}{2} \right) \ln(T) \quad (9)$$

Cette relation nous apprend qu'un graphe de  $\ln(I_0)$  en fonction de  $1/T$  fournit une relation essentiellement linéaire, en supposant que le terme en  $\ln(T)$ , faiblement dépendant de  $T$ , n'introduit qu'une courbure négligeable sur la courbe.

### III) Mesures à réaliser :

#### 1) Détermination expérimentale de k, la constante de Boltzmann

Le schéma du montage expérimental est celui de la Fig.2. La mesure du courant se fera sur plusieurs ordres de grandeur grâce à un ampèremètre très sensible (pico-ampèremètre).

- Avec le transistor à la température ambiante, on mesurera une série de couples (V,I) en polarisation directe, en gardant  $V > V_{\text{Seuil}}$ .
- A partir du tracé de  $\ln(I)$  en fonction de  $V$ , on déterminera la valeur expérimentale du rapport  $q/kT$ , ainsi que la valeur expérimentale du courant inverse  $I_0$  à l'ambiante.
- En tenant compte de la valeur mesurée de la température ambiante, on déterminera la valeur expérimentale du rapport  $q/k$ .
- Finalement, on comparera la valeur expérimentale de  $k$  avec sa valeur tabulée ( $k = 1.38066 \cdot 10^{-23}$  J/K).

#### 2) Détermination expérimentale de la bande interdite du silicium

L'idée est d'obtenir la dépendance de  $\ln(I_0)$  en fonction de  $1/T$  en mesurant  $I_0$  pour trois températures, l'ambiante, celle de la glace fondante, et celle d'une solution d'eau salée fondante. En fait, vous avez déjà déterminé la première de ces valeurs. Pour les autres, vous agirez comme au (1) ci-dessous en ayant soin de plonger la tige de laiton soit dans de la glace fondante, soit dans une solution saline fondante (un thermomètre est à votre disposition pour vérifier la température du mélange).

Au cahier de rapport, vous produirez :

- Le graphe de  $\ln(I_0)$  en fonction de  $1/T$ , avec les trois points de mesure ainsi que la droite passant au mieux par ces points.
- La valeur du coefficient angulaire de cette droite, soit la valeur expérimentale du rapport  $\frac{E_G^0}{k}$ .
- La valeur de l'extrapolation  $E_G^0$ , ainsi que sa comparaison avec la valeur tabulée de  $E_G^0$  et de l'énergie vraie de la bande interdite à 0K,  $E_0$ .





## Détermination de la bande interdite du germanium

**Mots-clés :** Physique du solide, Physique des semiconducteurs, bande interdite (Energie de Gap).

**Résumé du TP :** A partir de la caractéristique conductivité-température d'un échantillon de germanium, on déduit la valeur de la bande interdite (à 0K) du Ge.

**Avertissement :** Dans ce qui suit, on supposera que le lecteur possède un minimum de notions relatives à la physique des semiconducteurs. L'étudiant sérieux veillera à bien comprendre l'origine physique des relations employées ici, et complètera utilement ce TP en consultant les ouvrages de Physique des solides, et de Physique des semiconducteurs. Le cours de Physique des Solides permettra de mieux comprendre les notions employées.

### I) Introduction :

Un semiconducteur est un isolant à température nulle, qui peut néanmoins devenir conducteur à température finie. A température nulle les électrons se trouvent tous dans la bande de valence. A température finie  $T$ , sous l'effet de l'activation thermique, un certain nombre d'entre eux passent dans la bande de conduction séparée de la première par une bande interdite de largeur  $E_g$ , ce qui rend l'échantillon plus ou moins conducteur selon le rapport  $kT/E_G$ .

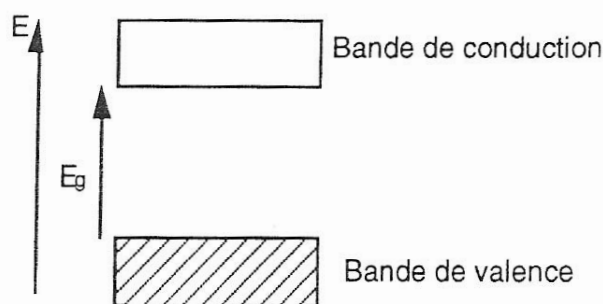


Fig.1: bandes d'énergie du Ge

La dépendance de la conductivité  $\sigma$  par rapport à la température est donnée par un comportement exponentiel:

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-E_G / 2 kT) \quad (1)$$

où  $T$  est la température absolue,  $E_G$  la largeur de bande interdite du Ge, et  $k$  la constante de Boltzmann  $k = 1.38066 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ .

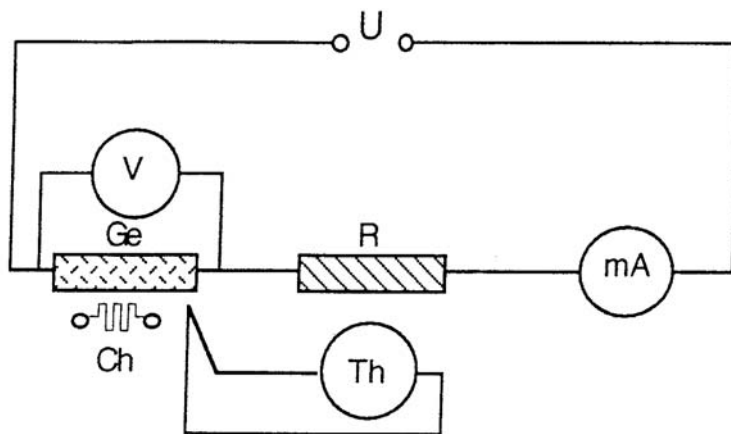
De (1) on tire:

$$\ln \sigma = \ln \sigma_0 - E_G / 2 kT \quad (2)$$

On peut déduire  $E_G$  de cette dépendance linéaire de  $\sigma$  avec  $1/T$ . Vous allez donc mesurer  $\sigma$  pour une série de 5 à 7 valeurs différentes de  $T$  entre l'ambiante et  $120^\circ\text{C}$ .

## II) Mesures à réaliser :

On réalisera le montage schématisé ci-dessous :



**Fig. 2 Schéma du montage expérimental.**

L'échantillon est à raccorder avec un milliampèremètre à aiguille ( $mA$ ) et une résistance  $R$  ( $180 \Omega$ ) en série à la sortie de tension continue de l'alimentation universelle. Un voltmètre à aiguille permet de mesurer la tension  $V$  aux bornes de l'échantillon.

**NB: l'intensité dans l'éprouvette ne devra pas dépasser 20 mA.**

L'arrière de la platine portant l'échantillon est muni d'un filament de chauffage ( $Ch$  sur le schéma) qu'on alimentera avec une tension alternative variable en provenance de l'alimentation universelle. Pour obtenir une température donnée de l'échantillon, on alimentera la résistance chauffante avec une tension  $U_{\text{chauff}}$  comprise entre 2 et 6 volts, que l'on fera varier en utilisant l'alternostat (auto-transformateur ou rhéotor) dont l'entrée sera alimentée sous 6 V.

La température d'équilibre mesurée par le thermocouple Cu/CuNi (cuivre/constantan) fixé à

la platine, sera déduite de la valeur de la tension aux bornes du thermocouple. La loi de conversion donnant la température en fonction de la tension est affichée près du TP. Cette loi étant donnée par rapport à une jonction de référence à la température de la glace fondante, il faut ajouter à la température obtenue la valeur de la température ambiante, lue sur un thermomètre.

**Attention** : la température de l'éprouvette ne devra pas dépasser 120°C !

Marche à suivre :

Pour chaque valeur de la température d'équilibre et en commençant par l'ambiante, on mesurera l'intensité  $I$  passant dans l'échantillon pour plusieurs valeurs de la tension  $V$  à ses bornes. Pour chaque température, il sera nécessaire d'attendre quelques minutes que la température de la plaquette soit relativement stabilisée. Pour chaque température d'équilibre, on produira un graphe  $I(V)$  avec le résultat d'un ajustement à une loi linéaire fournissant  $\sigma$ .

On tracera ensuite le graphe expérimental  $\ln(\sigma)$  en fonction de  $1/T$ , d'où l'on déduira  $E_G$  avec son incertitude ( rappel :  $k=1,38066 \cdot 10^{-23}$  J/K ). Le résultat obtenu sera comparé à la valeur admise pour le gap du Ge, qui est de 0.746 eV.





## **Spectroscopie de photoluminescence de l'arséniure de gallium (GaAs)**

### **But**

Mesure du phénomène de photoluminescence du GaAs. Détermination du gap optique. Détection de signaux de faible rapport S/N (signal sur bruit).

### **Introduction**

En optoélectronique, lors de la conception et développement des nouveaux dispositifs semiconducteurs, il est important d'en connaître les caractéristiques de photoluminescence (PL). Celles-ci concernent notamment l'émission de lumière par désexcitation des niveaux électroniques (recombinaison électron trou).

Dans la spectroscopie de PL, on éclaire un échantillon semiconducteur à gap direct par une lumière suffisamment énergétique pour peupler des états inoccupés dans la bande de conduction à partir du haut de la bande de valence. On mesure ensuite le spectre de PL à l'aide d'un monochromateur, d'un capteur de lumière (photodiode) et d'un système d'acquisition permettant d'extraire le signal utile du bruit.

### **Théorie**

On considère l'excitation induite par une radiation laser sur un monocristal de GaAs. Le GaAs est un semi-conducteur à faible gap (environ 1.4 eV à 0K), le laser peut donc induire des transitions électroniques vers des états inoccupés au-dessus du minimum de la bande de conduction. Lors de l'absorption d'un photon, un électron passe dans la bande de conduction et un trou est créé dans la bande de valence.

*Ecrire la conservation de l'énergie et du moment cinétique. Vérifier que le laser He-Ne peut effectivement peupler des états vides dans le GaAs.*

La transition est dite « verticale » car le moment cinétique porté par le photon est petit par rapport au moment initial et final de l'électron.

*Vérifier cette hypothèse en considérant la première zone de Brillouin du GaAs (paramètre de maille  $a=5.65 \text{ \AA}$ ).*

Le système, une fois excité, ne se désexcite pas tout de suite. Le temps de vie radiatif est long (de l'ordre de  $10^{-9}$  s) par rapport à l'interaction électron-phonon ( $10^{-12}$  s) : en interagissant avec les modes de vibration du cristal, l'électron descend vers le bas de la bande de conduction où la recombinaison avec le trou (qui lui aura monté vers le haut de la bande de valence) peut se produire. La recombinaison est radiative et un photon est émis avec une énergie correspondante au gap énergétique fondamental du GaAs. Comme pour l'excitation, dans le processus d'émission, énergie et moment cinétique global (électron & photon) sont conservés.

*Pourquoi le silicium cristallin, qui a un gap électronique de 1.2 eV, n'émet-il pas de photoluminescence ?*



L'intensité de PL à une énergie  $h\nu$  peut s'écrire  $I(h\nu) \propto |M|^2 g(h\nu) f(h\nu)$ ,  $M$  étant l'élément de matrice pour la transition,  $g(h\nu)$  la densité d'états et  $f(h\nu)$  la distribution de Boltzmann (*justifier cette expression*).

En considérant  $g(h\nu) \propto (h\nu - E_g)^{1/2}$  (*vérifier*) on arrive à :

$$I(h\nu) \propto (h\nu - E_g)^{1/2} \exp(-(h\nu - E_g)/kT)$$

La mesure du spectre de PL nous permet donc de remonter à la valeur de l'énergie de bande interdite  $E_g$  à la température de la mesure. Ceci est vrai si l'on néglige les effets de corrélation, c'est à dire si on considère l'électron et le trou comme des particules indépendantes. En réalité, l'électron et le trou interagissent entre eux pour former ce qu'on appelle un **exciton**, une paire de particules chargées liées par un potentiel coulombien en  $1/r$  ; ils forment un « système hydrogénoïde », dans un cristal de permittivité diélectrique relative  $\epsilon_r$ . Comme pour l'atome d'hydrogène, on aura un état fondamental et des états excités, dont on pourra calculer l'énergie en considérant : i) les masses effectives des porteurs de charge dans le matériau (inversement proportionnelles à la courbure des bandes d'énergie  $E(n,k)$ ), et ii) l'écrantage par le matériau polarisable en introduisant la constante diélectrique relative  $\epsilon_r$  du matériau.

*Calculer l'énergie de liaison de l'exciton dans le GaAs, soit  $R_x = (\mu/m_e \epsilon_r^2) R_H$ , où  $\mu$  est la masse réduite du système hydrogénoïde, et  $R_H$  est l'énergie de liaison de l'électron 1s de l'atome d'hydrogène :*

On prendra  $m_e^* = 0.067 m_e$ ,  $m_h^* = 0.2 m_e$  et  $\epsilon_r = 12.8$

*En quoi la présence des états excitoniques va-t-elle modifier la courbe de photoluminescence mesurée ?*

## Manipulation

Un laser He-Ne d'une longueur d'onde de 632.8 nm et d'une puissance d'environ 7 mW est focalisé sur l'échantillon par une lentille convergente. La lumière diffusée, visible (rouge) et assez intense, est utilisée pour l'alignement optique [1]. De la même façon que la lumière de PL, le rayonnement diffusé est émis dans un angle solide de  $2\pi$  sr et un système de deux lentilles en focalise une fraction sur la fente d'entrée du monochromateur à réseau. A la sortie du monochromateur, une photodiode à avalanche (*Position précise, manipuler avec précautions !*) mesure l'intensité correspondante à la longueur d'onde sélectionnée par le monochromateur. La photodiode est alimentée par un générateur de tension +/- 5 V. En faisant varier la longueur d'onde manuellement, il est possible de mesurer le spectre de PL. La longueur d'onde peut également être variée de façon continue par un moteur intégré au monochromateur (demandez à l'encadreur son fonctionnement). On notera la longueur d'onde de départ (environ 920 nm) et d'arrivée (environ 780 nm). Il est important de synchroniser le départ et l'arrivée avec le déclenchement de l'acquisition.

*Vérifiez l'alignement optique du dispositif en mesurant l'intensité du signal à la sortie de la photodiode à la longueur d'onde du laser, celle-ci devant être supérieure à 800 mV. Effectuer ensuite une mesure du spectre de PL du GaAs.*

## Système d'acquisition

L'acquisition se fait en injectant le signal en sortie de la photodiode dans une carte d'acquisition National Instruments®. Celle-ci est connectée à un ordinateur et pilotée par le logiciel Igor®. Le signal étant très faible, on adopte un système qui permet de sélectionner dans le spectre du signal une composante alternative. Pour s'affranchir du bruit dû entre autres choses à la lumière parasite mesurée par la photodiode, on hache la lumière laser qui excite le système par un chopper (hacheur) dont on peut lire la fréquence approximative. A

la différence du bruit parasite généré dans la photodiode, la réponse du système ( i.e. la PL qu'on veut mesurer ) sera aussi hachée et elle le sera à la même fréquence. La fonction d'auto-corrélation fait apparaître les périodicités éventuelles présentes dans le signal, et sa transformée de Fourier ( discrète ) donne la densité spectrale de puissance du signal. Une routine permet de récupérer la valeur maximale de la composante utile, au voisinage de la fréquence du chopper. On s'affranchit ainsi du bruit, supposé uniformément réparti sur toute la gamme des fréquences. Le cas échéant, une procédure alternative de type « lock-in » ou détection synchrone peut éventuellement être utilisée.

L'acquisition numérique permet de traiter des buffers d'un grand nombre de mesures d'intensité ( valeur par défaut de 1000 échantillons toutes les secondes) en provenance de la photodiode. Le traitement est appliqué à chaque buffer, à la suite de quoi une valeur est retournée et stockée dans un tableau ( une « wave » d'Igor ). la fréquence d'échantillonnage doit être comparée à la fréquence de hachage qu'on prendra égale à environ 110 Hz ( respect du critère de Shannon ).

### Traitement des données

Une fois l'acquisition terminée, on exploitera les données expérimentales avec le logiciel Igor Pro®. L'instruction *Change wave scaling* dans le menu *Data* permet d'associer au spectre la bonne calibration en longueur d'onde, en entrant les valeurs de longueur d'onde initiale et finale. L'affichage du spectre en fonction de l'énergie nécessite de créer le tableau des énergies, car contrairement aux longueurs d'onde, les intervalles énergétiques ne sont pas

constants (  $E = h \frac{c}{\lambda} \rightarrow dE = hc \frac{1}{\lambda^2} d\lambda$  ). Pour ce faire, il faut dupliquer la *wave* correspondant

à l'intensité mesurée convenablement calibrée en longueur d'onde et changer les valeurs de cette nouvelle *wave* avec l'expression adéquate pour l'énergie, en fonction de la variable  $x$  qui représente  $\lambda$ . On peut ensuite visualiser le spectre de PL en fonction de l'énergie en traçant le graphe du spectre en fonction non plus des valeurs d'abscisses calculées, mais en fonction de la *wave* contenant les énergies. Pour mieux exploiter les données expérimentales on peut si nécessaire soit effectuer un lissage de la courbe, soit prendre la valeur moyenne dans des intervalles donnés, par exemple tous les dix points. Ceci est fait à l'aide de la commande *decimate* ( demandez des précisions sur son fonctionnement à votre encadreur ).

### Suggestions :

*En tenant compte des effets excitoniques, donnez une valeur pour le gap optique du GaAs.*

*Suggérez une méthode pour la détermination de la température de l'échantillon.*

*Vérifiez si les valeurs mesurées sont en accord avec les valeurs de littérature.*

*En utilisant la formule pour l'intensité de PL, essayez de reproduire le spectre mesuré.*

[1] **Consignes de sécurité :** le faisceau laser réfléchi spéculairement n'est pas utile dans cette expérience et tout contact direct avec l'œil doit être évité lors de la manipulation.

# Hyperfréquences



*Les travaux pratiques d'hyperfréquences se déroulent dans la salle RPE située au 3<sup>ème</sup> étage du bâtiment de TP A. Pérot. Ils comprennent deux TP. Chaque étudiant doit rédiger un compte rendu soigné dans son cahier de TP incluant les réponses aux questions posées dans l'énoncé et faisant à chaque fois clairement apparaître les objectifs des manipulations réalisées. Il est indispensable de préparer chaque TP à l'avance. Notez soigneusement vos méthodes de mesure, les calibres des appareils utilisés pour les mesures, les difficultés rencontrées lorsqu'elles permettent d'illustrer certains aspects du TP etc... Évaluez expérimentalement l'incertitude sur chacune de vos mesures. Renseignez correctement vos graphes (échelles, titre, unités...).*

*Important: vous allez manipuler du matériel fragile et coûteux. Soyez prudent!*

*Pour toute information complémentaire :*

*Stéphane Grimaldi  
Laboratoire BIP  
04 91 16 45 57  
[grimaldi@ifr88.cnrs-mrs.fr](mailto:grimaldi@ifr88.cnrs-mrs.fr)*

*Bon travail !*

## **TP1 : Propagation guidée - Mesure du taux d'onde stationnaire**

### **Partie I: Introduction au TP1**

#### 1) Les hyperfréquences et leurs applications

Les hyperfréquences, également dénommées micro-ondes, occupent une bande de fréquence de 1 GHz à 300 GHz correspondant à des longueurs d'onde comprises entre 30 cm et 1 mm (ondes centimétriques et millimétriques). Ce domaine de fréquence est découpé en bandes, par exemple la bande X qui va de 8.2 GHz à 10.6 GHz environ. La technologie micro-ondes a vu le jour avec la conception du radar vers 1930. Ces dernières sont depuis très utilisées dans le domaine des télécommunications (télévision par satellite, téléphone cellulaire, etc...): ces fréquences très élevées autorisent de grandes bandes passantes et des antennes de forte directivité. L'application domestique du four micro-ondes est très largement répandue. Les applications industrielles sont variées : applications à finalité thermique (chauffage, séchage), chimique (polymérisation, minéralisation), ou encore métrologie et traitement des déchets.

Les hyperfréquences sont un outil d'investigation précieux pour les chercheurs en sciences des matériaux. Plusieurs laboratoires marseillais les utilisent dans ce but de manière intensive. Citons par exemple le laboratoire Chimie Provence (Campus de Saint Jérôme - Chimie Organique), l'Institut Matériaux Microélectronique Nanosciences de Provence (IM2NP, Campus de Saint Jérôme - Electronique de Spins), et l'Unité de Bioénergétique et Ingénierie des Protéines (BIP, Campus CNRS - Biophysique).

#### 2) Emission micro-onde et propagation guidée

L'émission des ondes se fait actuellement:

- au moyen d'un tube à vide utilisant un faisceau électronique (Magnetron, Klystron) pour les fortes puissances
- au moyen d'une "diode GUNN" pour les faibles puissances, ayant l'avantage d'une source solide (i.e. pas de vide, alimentation basse tension,...). La diode Gunn possède sur sa caractéristique une partie où la résistance est négative. Cette résistance négative est utilisée pour entretenir des oscillations électroniques de haute fréquence (GHz).

Les hyperfréquences sont dangereuses (ne pas faire sécher un chat mouillé dans un micro-onde!!!), sauf aux très faibles puissances comme celles utilisées ici.

On distingue deux types de propagation:

- la propagation libre (transmission hertzienne, par satellite), à travers un milieu infini
- la propagation guidée, ici par des guides d'onde métalliques rectangulaires

Les guides d'ondes ont pour fonction d'assurer le transport intégral de l'énergie du rayonnement entre 2 points éloignés, si l'on excepte les pertes dues à l'effet Joule dans les parois. Les multiples réflexions de l'onde sur les parois internes du guide ont pour résultante une certaine distribution des champs électrique et magnétique, et une distribution associée des courants de conduction circulant dans les parois. L'ensemble forme un mode de propagation guidée. Dans les guides à un seul conducteur, c'est soit le champ électrique, soit le champ

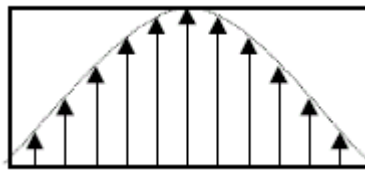
magnétique qui se trouve dans la section du guide (l'onde guidée n'a plus la structure d'une onde plane). On a affaire respectivement aux modes Transverse Electrique (TE) et Transverse magnétique (TM). Chaque mode est caractérisé par deux entiers naturels  $m, n$ . L'onde électromagnétique ne peut se propager dans le guide que si sa fréquence  $f$  est supérieure à une valeur limite appelée fréquence de coupure du guide ( $f_c$ ) qui dépend de la géométrie de ce dernier. La section rectangulaire standardisée des guides d'onde utilisés en TP a pour dimensions  $a = 0.9$  ",  $b = 0.4$  " ( $1" = 25.4$  mm).

Le mode étudié ici est celui où  $m = 1, n = 0$ ; C'est le mode  $TE_{1,0}$  qui est celui de plus faible fréquence de coupure (Figure 1). Si la fréquence  $f$  de l'onde incidente est inférieure à celle du mode de fréquence de coupure la plus basse en dehors du mode ( $m = 1, n = 0$ ), aucun des modes autre que  $TE_{1,0}$  ne pourra se propager. La fréquence de coupure associée à un mode  $(m,n)$  est :

$$f_c = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \text{ où } c \text{ est la célérité de la lumière dans le vide.}$$

*Dans quel intervalle de fréquence la fréquence de l'onde incidente dans le guide ci-dessus doit-elle se situer afin de permettre une propagation mono-mode de type  $TE_{1,0}$ ?*

**Figure 1:** Profil sinusoidal du champ électrique correspondant au mode  $TE_{1,0}$  dans une section du guide.



La longueur d'onde de l'onde guidée  $\lambda_g$  est donnée par la formule des guides<sup>1</sup>:  $\lambda_g^{-2} = \lambda_0^{-2} - \lambda_c^{-2}$  où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde dans le vide et  $\lambda_c$  est la longueur d'onde de coupure. Cela montre que la longueur d'onde de l'onde guidée est supérieure à la longueur d'onde dans le vide. Enfin, notez que **la fréquence de l'onde guidée est égale à la fréquence de l'onde émise par la source.**

## Partie II: Mesures sur bancs hyperfréquences

La partie expérimentale se compose de deux parties dans lesquelles les mesures sont effectuées sur deux bancs hyperfréquences distincts. Prenez le temps de repérer les différents composants du montage avant de commencer les mesures.

Buts du TP:

Banc I: mesurer la fréquence et la puissance de l'onde guidée ainsi que la caractéristique d'un cristal détecteur  $I = f(\sqrt{P})$ .

Banc II: vérifier la relation de dispersion du guide et mesurer des taux d'onde stationnaire.

### Banc I:

Le banc de mesure est constitué de (dans l'ordre):

<sup>1</sup> Cette formule est parfois appelée relation de dispersion des guides.

- une diode Gunn que l'on alimentera avec une tension continue de 9 V et dont la fréquence d'émission est ajustable par une vis micrométrique (*Note: dans toutes les manipulations qui suivent, cette tension ne doit plus être modifiée*)
- une ligne unidirectionnelle (qui évite le retour d'une onde réfléchie)
- un atténuateur étalonné (PM7110X) dont l'atténuation, commandée par une vis, ne doit pas être modifiée (noté atténuateur I)
- un ondemètre
- un coupleur croisé
- un atténuateur calibré (noté atténuateur II)
- un commutateur 3 voies. L'une des voies est connectée à une sonde hyperfréquence permettant la mesure de la puissance de l'onde incidente. Une autre achemine l'onde incidente vers le circulateur
- un circulateur qui achemine la puissance incidente de la voie 1 vers la voie 2 et permet d'envoyer la puissance réfléchie en provenance de la voie 2 dans la voie 3 qui comprend un cristal détecteur (type 1N23B). Le cristal détecteur délivre un courant qui dépend de la puissance électromagnétique reçue par celui-ci:  $I = f(\sqrt{P})$ . L'intensité de ce courant est mesuré à l'aide d'un millivoltmètre branché aux bornes d'une résistance de 1 k $\Omega$  montée en série avec le cristal. La voie 2 est terminée par un court-circuit c'est à dire que toute la puissance arrivant dans cette voie est acheminée dans la voie 3<sup>2</sup>.

#### 1a) Mesure de la fréquence de l'onde guidée

Cette mesure est effectuée à l'aide de l'ondemètre. Il s'agit d'une cavité résonnante de type cylindrique étalonnée en fréquence et faiblement couplée au guide. Faites varier la fréquence de résonance de la cavité et observez en sortie la tension aux bornes du cristal détecteur de l'ondemètre à l'aide du voltmètre analogique. Lorsque la fréquence de résonance de la cavité (que l'on modifie en tournant la molette) est égale à celle de l'onde guidée, on observe un maximum de tension aux bornes du cristal détecteur du à l'absorption par la cavité d'une partie de l'énergie de l'onde guidée.

- Valeur de la tension mesurée ? calibre utilisé ? Quelle précision pouvez-vous donner ?
- Déterminer la fréquence de l'onde guidée.
- Le résultat est-il cohérent avec l'intervalle de fréquences déterminé dans l'introduction?

#### 1b) Mesure de la puissance émise par la source hyperfréquence

Cette mesure est effectuée à l'aide d'un Milliwattmètre ("Powermeter", en anglais) calibré en puissance et connecté à une sonde hyperfréquence dont le capteur est une thermistance (Attention : ne pas modifier le facteur de calibration de 97% de l'appareil). Deux types d'échelles de lecture peuvent être utilisées: linéaire (mesures directes en mW) ou logarithmique (dBm). Par convention, 0 dBm = 1 mW.

- Quelle est la puissance maximale admissible par la sonde de mesure? (la réponse à cette question ne nécessite aucune mesure)
- Quelle est la puissance maximale qui peut être lue sur le milliwattmètre? (la réponse à cette question ne nécessite aucune mesure)
- Demandez à l'enseignant de régler le zéro du milliwattmètre.

---

<sup>2</sup> L'étudiant aura peut être remarqué que l'emploi d'un circulateur et d'un court-circuit complique (légèrement...) ici inutilement le montage. Cependant, leur présence assure la modularité du banc.

- Désaccordez l'ondemètre (pourquoi?). Notez la valeur de la fréquence indiquée par ce dernier. Que représente-t-elle ?
- Réglez l'atténuateur II sur 0 dB et mesurez la puissance de l'onde guidée en mW et en dBm. Vérifiez par le calcul la cohérence des 2 valeurs.
- En déduire la puissance de l'onde hyper émise par la diode Gunn. La comparer avec la puissance typique d'un four micro-onde.

### 1c) Mesure de la caractéristique du cristal détecteur

- Compte tenu que la puissance reçue par le détecteur ne doit pas dépasser 4 mW, en déduire l'atténuation la plus faible sur l'atténuateur II qu'il est possible d'utiliser pour ces mesures.
- Faites varier la puissance envoyée sur le cristal détecteur à l'aide de l'atténuateur étalonné et mesurez la tension aux bornes du cristal fermé sur une résistance de 1 k $\Omega$ .
- Tracez sur papier millimétré la courbe donnant l'intensité du courant délivré par le détecteur en fonction de la racine carrée de la puissance reçue.
- Dans quel intervalle de puissance l'intensité délivrée par le détecteur est-elle proportionnelle à la racine carrée de la puissance incidente? Cette zone constitue la zone de détection linéaire du cristal pour laquelle sa réponse est donc proportionnelle au module du champ électrique. Indiquez-là sur votre graphe.

### Banc II:

Le banc de mesure utilisé est constitué de (dans l'ordre):

- une diode Gunn qui délivre une puissance de l'ordre de 3 mW. Elle est associée à un varactor qui permet un réglage fin de la fréquence à l'aide du potentiomètre situé sur le boîtier d'alimentation
  - une ligne unidirectionnelle (qui évite le retour d'une onde réfléchie)
  - un coupleur trombone 3 dB dont la branche secondaire est connectée à un fréquencesmètre.
- Un coupleur trombone est un dispositif permettant de prélever une partie de la puissance de l'onde incidente dans la branche secondaire (ici, 3 dB correspondent donc à  $1/10^{\text{ème}}$ ). Les autres éléments du banc sont montés à partir de la branche primaire du coupleur trombone
- un ondemètre à cavité
  - un atténuateur calibré
  - une ligne de mesure
  - un dispositif d'adaptation d'impédance
  - une terminaison qui est soit une charge adaptée, soit un court-circuit

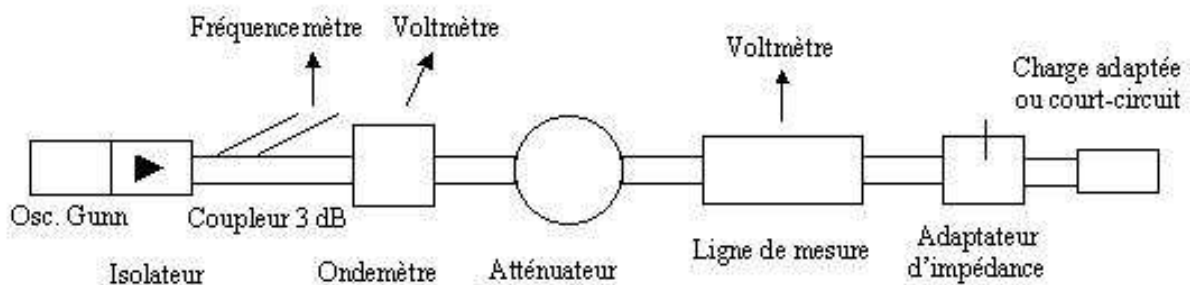


Figure 2: Banc de mesure II.

2a) Mesures de la fréquence

On utilise pour cela un fréquencemètre numérique. Il s'agit d'abord de mesurer approximativement la fréquence en utilisant un ondemètre intégré au fréquencemètre et de résolution égale à 0.2 GHz. La fréquence de l'onde s'obtient en retranchant ou en ajoutant la valeur lue sur le fréquencemètre et comprise entre 0 et 220 MHz. Pour lever l'ambiguïté, on relèvera une seconde résonance à partir de l'ondemètre.

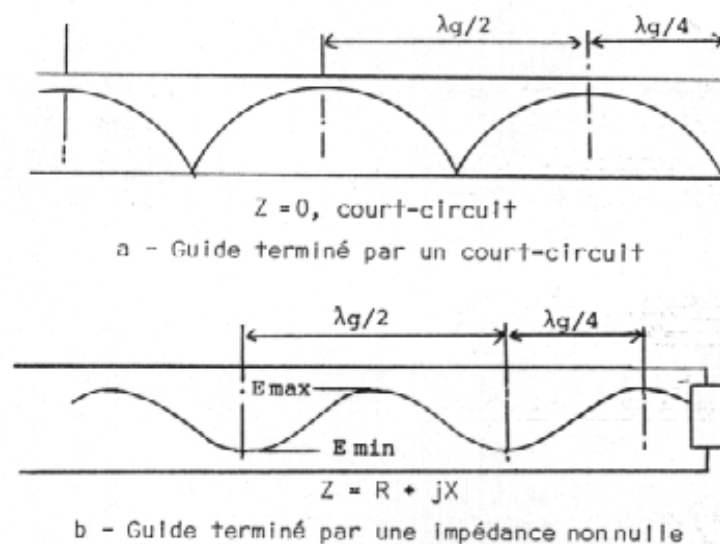
Exemple: si la fréquence à mesurer est de 9.45 GHz, on devrait observer deux résonances à 9400+50 MHz, 9600-150. Pour les fréquences 9.2 et 9.8, l'écart avec la fréquence à mesurer est supérieur à l'écart maximum mesurable de 220 MHz.

- Déterminez la fréquence de l'onde émise à l'aide du fréquencemètre. Avec quelle précision pouvez-vous faire cette mesure? Combien de résonance obtenez-vous?

- Mesurez la fréquence en utilisant l'ondemètre (cf. question 1a)) et comparez le résultat avec la valeur mesurée à l'aide du fréquencemètre numérique. Etalonnez au préalable le zéro du voltmètre numérique relié à l'ondemètre. Pour quelle fréquence de résonance de la cavité de l'ondemètre faites-vous cet étalonnage ?

2b) Mesure de la longueur d'onde dans le guide

Lorsque le guide est fermé à son extrémité par un court-circuit qui réfléchit parfaitement l'onde incidente, il apparaît alors une onde réfléchie qui se superpose à l'onde incidente, donnant ainsi naissance à une onde stationnaire qui présente des zéros et des maxima de champ électrique alternant à  $\lambda_g/4$  les uns des autres où  $\lambda_g$  est la longueur d'onde dans le guide (voir Figure 3). Réglez l'atténuateur à 0 dB; Déplacez le détecteur le long de la ligne de mesure; Observez les maxima et les minima de champ électrique.



**Figure 3:** Profil de l'amplitude du champ électrique à l'intérieur du guide d'onde terminé a) par un court-circuit (impédance nulle) b) par une impédance non-nulle.

- Pour mesurer  $\lambda_g$ , pourquoi est-il préférable de repérer la distance entre minima plutôt qu'entre maxima?

- Réglez la ligne de mesure en butée et mesurez tous les minima consécutifs. En déduire  $\lambda_g$ .



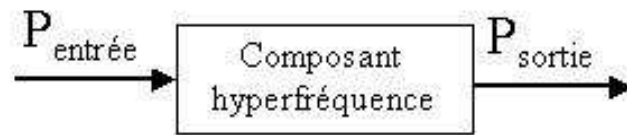
- En utilisant la valeur de la fréquence mesurée dans la question 2a), vérifiez la formule des guides. Discutez les sources d'erreur relatives à ce calcul.
- Mesurez  $\lambda_g$  en translatant le plan de réflexion de l'onde incidente en agissant directement sur le piston de court-circuit. Cette méthode de mesure est-elle moins précise que la précédente ? Pourquoi ?

## 2c) Mesure du TOS

On définit le taux d'onde stationnaire (TOS) par le rapport des amplitudes du champ électrique aux ventres et aux nœuds de champ électrique, soit  $TOS = |E_{\max}| / |E_{\min}|$ .

- Avec le montage précédent, repérez un minimum de champ électrique en déplaçant la sonde dans la ligne de mesure et en affinant à l'aide du piston de court-circuit puis notez la tension correspondante lue sur le voltmètre numérique ainsi que la valeur de l'atténuation utilisée; repérez ensuite précisément un maximum et ajustez l'atténuation pour obtenir sur le voltmètre la même lecture que précédemment. Ainsi le détecteur travaille à niveau constant et le rapport  $|E_{\max}| / |E_{\min}|$  s'obtient à partir de la différence des atténuations. Déterminez le TOS.
  - Compte tenu des résultats obtenus à la question 1c), expliquez l'intérêt de travailler à niveau constant sur le cristal détecteur pour mesurer le TOS.
  - Remplacez le court-circuit par une charge adaptée qui empêche toute réflexion de l'onde incidente. Effectuez le même travail que dans la question précédente. Que pouvez-vous dire du TOS? Interprétez ce résultat.
-

### Rappels sur l'expression des puissances en échelles logarithmiques



On définit l'atténuation (A) ou le gain (G) en puissance d'un composant hyper par:

$$A = 10 \log_{10} (P_{\text{entrée}} / P_{\text{sortie}})$$

$$G = 10 \log_{10} (P_{\text{sortie}} / P_{\text{entrée}})$$

Par exemple, si le dispositif atténue de 3 dB, cela signifie que la puissance de sortie est égale à la moitié de la puissance d'entrée ( $P_{\text{sortie}} / P_{\text{entrée}} = 10^{-3/10} \sim 0.5$ ).

Les puissances s'expriment souvent en dBm. Par convention, 0 dBm = 1 mW.

*Applications directes (solutions à rendre avec votre compte-rendu) :*

- a) une radiation de puissance 100 mW est envoyée à l'entrée d'un atténuateur de 4.5 dB. Quelle est la puissance de la radiation en sortie de l'atténuateur ?*
- b) la puissance d'une radiation hyperfréquence en sortie d'un atténuateur de 6 dB est de 6 dBm. Quelle est la puissance de la radiation à l'entrée de l'atténuateur ?*
- c) une radiation de puissance 150 mW chemine successivement à travers un dispositif constitué de 3 atténuateurs d'atténuation 3 dB, 0.5 dB et 6 dB, respectivement. Quelle est la puissance disponible en sortie du dispositif ?*

### Principe de fonctionnement du fréquencesmètre numérique

... exposé durant la séance, il devra figurer dans votre compte-rendu.

## TP2 : Cavités résonnantes

### Partie I: Introduction au TP2

#### 1) Cavités résonnantes, modes propres et facteur de qualité

Les cavités résonnantes sont les lieux privilégiés d'interaction entre la matière et le rayonnement. Elles sont très utilisées. En effet, on les retrouve dans les fours à micro-ondes, les générateurs hyperfréquences, les spectromètres de résonance paramagnétique électronique (RPE), les lasers et masers, les filtres, les ondemètres etc...

Comme dans les guides, seuls certains modes sont susceptibles de résonner dans une cavité (modes propres) c'est à dire que l'énergie électromagnétique ne pourra être emmagasinée par une cavité que si la fréquence de l'onde incidente correspond à une des fréquences propres de la cavité. Ces fréquences (ou modes) sont quantifiées et caractérisées par trois entiers naturels. Elles sont déterminées par la géométrie de la cavité. A chacun de ces modes correspond une configuration déterminée des champs électriques et magnétiques à l'intérieur de la cavité qui oscillent à la fréquence propre associée au mode résonnant (modes TE, modes TM). Cependant, la sélectivité d'une cavité résonnante n'est jamais infinie et le profil d'absorption en fréquence d'une cavité présente toujours une certaine largeur.

#### 2) Introduction à l'adaptation d'impédance – notion de couplage critique

Supposons qu'une onde hyperfréquence à la fréquence  $f_{\text{hyper}}$  soit acheminée dans une cavité par l'intermédiaire d'un guide. On suppose qu'un unique mode propre de fréquence  $f_{\text{res}}$  est susceptible de résonner dans la cavité. Lorsque  $f_{\text{hyper}} = f_{\text{res}}$ , on constate que la puissance absorbée est maximum. Ceci implique que la puissance réfléchie est minimum, mais généralement non-nulle. Or dans la plupart des cas, il est nécessaire que cette puissance réfléchie soit nulle (réglage d'un spectromètre RPE, par exemple). Le dispositif d'adaptation d'impédance placé dans le guide situé avant la cavité permet d'imposer que, pour  $f_{\text{hyper}} = f_{\text{res}}$ , la puissance réfléchie par la cavité soit nulle quelle que soit la puissance incidente. On dit alors que la cavité est au couplage critique. La puissance incidente est alors entièrement absorbée par la cavité et l'énergie correspondante est dissipée par effet Joule sur les parois de la cavité.

Le facteur  $Q_L$  dépend du couplage entre cavité et guide. Ainsi, on définit le facteur de qualité à vide de la cavité  $Q_0$  qui ne dépend que des propriétés de la cavité. On montre qu'au couplage critique, il existe une relation entre  $Q_0$  et  $Q_L$ , soit  $Q_0 = 2Q_L$ .

Au couplage critique, pour un mode propre donné, on définit le facteur de qualité en charge d'une cavité résonnante par  $Q_L = f_{\text{res}}/|f_2 - f_1|$  où  $f_{\text{res}}$  est la fréquence de résonance (ou fréquence propre) associée au mode propre correspondant au maximum d'absorption de l'énergie électromagnétique par la cavité (Figure 1).  $f_2$  et  $f_1$  sont les fréquences de part et d'autre de  $f_{\text{res}}$  telles que si  $P_{\text{res}}$  est la puissance absorbée par la cavité pour  $f = f_{\text{res}}$ , alors la puissance absorbée par la cavité pour les fréquences  $f_1$  et  $f_2$  est  $P_{\text{res}}/2$ .

Notons enfin que plus  $Q_0$  est élevé, plus la sélectivité en fréquence (définie par  $|f_2 - f_1|$ ) de la cavité est élevée (filtre sélectif).

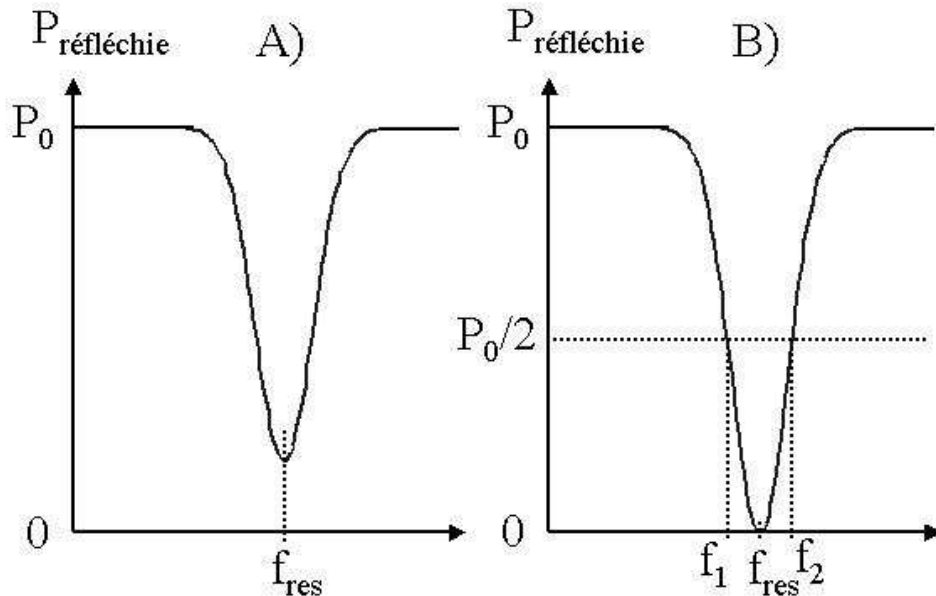


Figure 1. Profil d'absorption d'une cavité résonnante. La puissance de l'onde réfléchie par la cavité est représentée en fonction de la fréquence de l'onde incidente dont la puissance est  $P_0$ . A) Cas général B) Cavité au couplage critique permettant la détermination de  $Q_0$ .

### 3) Fréquences propres des cavités résonnantes

Dans ce TP, on étudie les propriétés de deux types de cavités :

- les cavités rectangulaires

La longueur d'onde dans le vide correspondant au mode  $m,n,p$  est définie par:

$$\lambda_0 = \frac{2}{\left[ \left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 + \left( \frac{p}{L} \right)^2 \right]^{1/2}}$$

$a$  et  $b$  sont le grand côté et le petit côté de la section rectangulaire de la cavité, respectivement.  $L$  est la longueur de la cavité.

- les cavités cylindriques

On montre que la longueur d'onde dans le vide correspondant au mode  $m,n,p$  s'écrit :

$$\lambda_0 = \frac{2}{\left[ \left( \frac{2X_{m,n}}{\pi D} \right)^2 + \left( \frac{p}{L} \right)^2 \right]^{1/2}}$$

$D$  est le diamètre de la section interne de la cavité,  $L$  la hauteur du cylindre.  $X_{m,n}$  dépend du mode excité. Pour le mode  $TE_{011}$ ,  $X_{0,1}$  est la première racine de la fonction de Bessel  $J'_0(x)$  et vaut 3.832.

## Partie II: Mesures sur bancs hyperfréquences

Buts du TP:

Banc I: Détermination du facteur de qualité à vide d'une cavité RPE rectangulaire non accordable fonctionnant en mode  $TE_{102}$

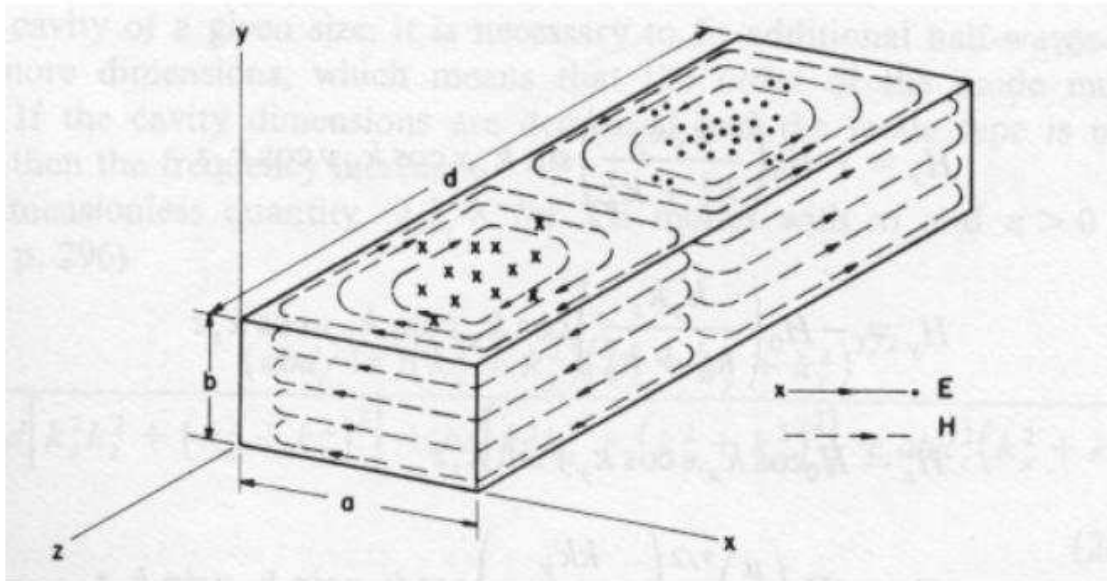
Banc II: Détermination du facteur de qualité à vide d'une cavité cylindrique accordable fonctionnant en mode  $TE_{011}$  et reconstruction de son profil d'absorption

### Banc I:

Le banc de mesure est constitué de (dans l'ordre):

- une diode Gunn que l'on alimentera avec une tension continue de 9 V et dont la fréquence d'émission est ajustable par une vis micrométrique
- une ligne unidirectionnelle (qui évite le retour d'une onde réfléchie)
- un ondemètre
- un coupleur croisé
- un coupleur trombone 10 dB dont la branche principale est reliée à une charge adaptée. Les autres éléments du banc sont montés à partir de la branche secondaire du coupleur trombone
- une torsade
- un atténuateur calibré
- un commutateur 3 voies. L'une des voies est connectée à une sonde hyperfréquence permettant la mesure de la puissance de l'onde incidente. Une autre achemine l'onde incidente vers le circulateur
- un circulateur qui achemine la puissance incidente de la voie 1 vers la voie 2 et permet d'envoyer la puissance réfléchie en provenance de la voie 2 dans la voie 3 qui comprend un cristal détecteur (type 1N23B) connecté à un millivoltmètre. La voie 2 est terminée par une cavité rectangulaire (ou un court-circuit). La cavité rectangulaire utilisée est fabriquée à partir d'un guide d'onde bande X de dimensions intérieures standards  $a = 0.9''$  et  $b = 0.4''$  ( $1'' = 25.4 \text{ mm}$ ). Elle est conçue pour fonctionner dans le mode  $TE_{102}$  (Figure 2).

*Exercice : Pour le mode  $TE_{102}$ , vérifier que  $\lambda_0$ ,  $\lambda_c$  et  $L$  satisfont la formule des guides:  $\lambda_g^{-2} = \lambda_0^{-2} - \lambda_c^{-2}$  où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde dans le vide,  $\lambda_c$  est la longueur d'onde de coupure (égale à  $2a$ ) et  $\lambda_g$  la longueur d'onde de l'onde guidée. Par identification, en déduire la relation entre  $L$  et  $\lambda_g$  puis calculer la longueur de la cavité (en cm) pour une fréquence de l'onde hyper de 9.4 GHz.*



**Figure 2:** Configurations des champs électromagnétiques dans le mode  $TE_{102}$  d'une cavité résonnante rectangulaire de dimensions  $a$ ,  $b$ , et  $d$ .

*Exercice :* D'après la figure 2, dans quelle partie de la cavité a) le champ électrique s'annule-t-il ? b) le champ magnétique est-il maximum ?

Remarque : Pour les mesures qui suivent, utiliser le commutateur hyperfréquence à bon escient !

Définition de la puissance incidente de référence  $P_0$ . Pour effectuer les mesures qui suivent, il est nécessaire de contrôler la puissance incidente sur la cavité  $P_0$ . Pour cela, on dispose d'une lecture de puissance directe à l'aide du milliwattmètre. Régler l'atténuateur à 10 dB. Pour la commodité de lecture, retoucher légèrement l'atténuation de sorte à obtenir la puissance pleine échelle la plus proche sur le milliwattmètre. Relever l'atténuation correspondante, notée  $A_0$  correspondant à la puissance  $P_0$ .

Réglage du couplage critique. Mesurer la fréquence de résonance  $f_{res}$  de la cavité au couplage critique à l'aide de l'ondemètre. Pour cela, modifier la fréquence de la source et agir sur le dispositif de couplage de la cavité au guide d'onde, le but étant de minimiser la puissance réfléchie détectée par le cristal détecteur qui est visualisée à l'aide du millivoltmètre. Ce réglage est fin. Noter alors la tension lue sur le millivoltmètre (proche de zéro).

Définition du niveau de référence  $V_0$  sur le cristal détecteur hors résonance. On cherche tout d'abord à repérer la puissance détectée par le cristal en l'absence d'absorption de puissance hyperfréquence par la cavité. Pour cela, on fait l'hypothèse (que l'on vérifiera à posteriori) que la puissance absorbée par la cavité est quasi-nulle lorsque la fréquence de la source est décalée de  $\pm 50$  MHz de la fréquence de résonance de la cavité. Décaler la fréquence d'émission de la source de  $\pm 50$  MHz de la fréquence de résonance en expliquant la méthode utilisée pour effectuer ce réglage. Agir sur l'atténuateur pour maintenir une puissance incidente sur la cavité constante et égale à  $P_0$  (veiller à ce que l'ondemètre soit désaccordé). Noter le niveau correspondant sur le cristal détecteur ( $V_0$ ). On s'attachera désormais pour la suite des mesures à travailler à niveau constant sur le cristal détecteur, repéré par  $V_0$ .

Détermination du facteur  $Q$  à niveau constant sur le détecteur. Afin de déterminer les fréquences  $f_1$  et  $f_2$  définies dans l'introduction, on utilise la procédure suivante :

Accorder à nouveau la fréquence d'émission de la source à la fréquence propre de la cavité sans modifier le couplage. L'atténuation doit être à nouveau  $A_0$  dB de sorte à envoyer une puissance  $P_0$  dans la cavité.

Régler l'atténuation à  $A_0 - 3$  dB. Quelle est alors la puissance envoyée sur la cavité ? Montrer que dans ces conditions, les 2 fréquences de part et d'autre de  $f_{\text{res}}$  pour lesquelles le niveau mesuré sur le détecteur est  $V_0$  correspondent aux 2 fréquences  $f_1$  et  $f_2$ . Les déterminer. En déduire  $Q_L$  et  $Q_0$ . Pourquoi est-il nécessaire de travailler à niveau constant sur le cristal détecteur ?

Détermination du niveau de référence en l'absence de cavité. On veut vérifier que lorsqu'on décale la fréquence de la source de 50 MHz de la fréquence de résonance de la cavité, la puissance absorbée par la cavité est négligeable c'est à dire que la puissance réfléchie par la cavité est voisine de la puissance incidente  $P_0$  (niveau  $V_0$  sur le voltmètre). Pour cela, comparer la déviation  $V_0$  avec celle obtenue lorsqu'on remplace la cavité par un court-circuit (accorder au préalable la fréquence d'émission de la source à la fréquence de résonance de la cavité). Quel est le niveau mesuré sur le cristal détecteur ? De combien faut-il varier l'atténuation pour retrouver le niveau  $V_0$  sur le cristal détecteur ? Conclure.

## **Banc II:**

Le banc de mesure utilisé est constitué de (dans l'ordre):

- une diode Gunn qui délivre une puissance de l'ordre de 3 mW. Elle est associée à un varactor qui permet un réglage fin de la fréquence à l'aide du potentiomètre situé sur le boîtier d'alimentation
- une ligne unidirectionnelle (qui évite le retour d'une onde réfléchie)
- un coupleur trombone 3 dB dont la branche secondaire est connectée à un fréquencemètre
- un ondemètre à cavité
- un atténuateur calibré
- un circulateur qui permet d'acheminer l'onde incidente vers la cavité cylindrique. La puissance réfléchie par la cavité est elle acheminée vers un cristal détecteur connecté à un voltmètre numérique. La cavité est accordable (c'est-à-dire qu'on peut modifier sa longueur  $L$  et donc sa fréquence propre) en agissant sur le piston situé au bas de cette dernière. Un dispositif d'adaptation d'impédance permet de coupler le guide d'onde à la cavité.

*Exercice : connaissant le diamètre interne  $D = 4.5$  cm de la cavité cylindrique utilisée en mode  $TE_{011}$ , déterminer la longueur  $L$  que la cavité doit avoir pour fonctionner à une fréquence de 9.4 GHz.*

Mesure de la fréquence de résonance de la cavité. Régler le potentiomètre d'alimentation de la diode varactor en position médiane. Après avoir réglé l'atténuateur à 0 dB, chercher l'absorption maximum de la cavité, qui se traduit par un minimum de tension aux bornes du cristal détecteur. Pour cela, on jouera d'abord sur l'accord mécanique de la cavité, puis on affinera en modifiant le couplage avec le guide d'onde (adaptation d'impédance) et enfin en modifiant légèrement la fréquence d'émission de la source. Ce réglage est délicat et peut être considéré comme bon lorsque la tension aux bornes du cristal détecteur lue sur le voltmètre numérique est de quelques mV. Noter la fréquence de résonance de la cavité  $f_{\text{res}}$  et la tension alors lue sur le voltmètre numérique. Pour la suite, ne plus modifier l'accord ni le couplage.

Reconstruction du profil d'absorption de la cavité cylindrique. On se propose de mesurer les huit points de la courbe d'absorption indiqués sur la Figure 3.

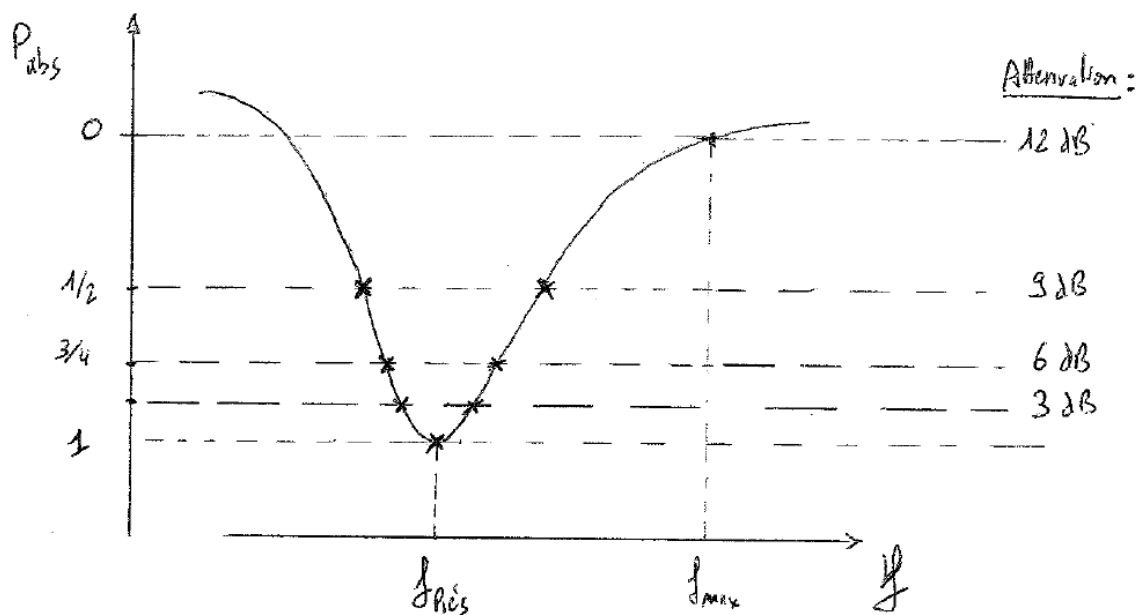
1) Définition de la puissance incidente de référence  $P_0$ . Régler l'atténuateur à 12 dB et changer la fréquence de la source pour la fréquence maximale ou minimale (régler le potentiomètre en butée). Mesurer la fréquence ainsi obtenue et repérer la déviation correspondante sur le millivoltmètre connecté au cristal détecteur. Soit  $V_0$  cette valeur et  $A_0 = 12$  dB l'atténuation correspondant à l'envoi d'une puissance incidente  $P_0$  vers la cavité. On suppose que toute la puissance incidente est alors réfléchie par la cavité.

2) Faire varier l'atténuation comme indiquée sur la figure 3 (voir explications durant la séance) ; pour chaque atténuation, déterminer à l'aide du fréquencemètre numérique les fréquences de part et d'autre de la fréquence de résonance de la cavité qui permettent d'obtenir la puissance réfléchie désirée. Pour cela, on agira sur la fréquence de la source afin de retrouver la tension  $V_0$  aux bornes du voltmètre (le détecteur fonctionne à niveau constant). On admet que dans toute la plage d'accord, la puissance délivrée par la source est constante.

3) Tracer sur papier millimétré le profil d'absorption de la cavité en ajustant à la main une courbe sur les 8 points expérimentaux.

4) Déduire de ces mesures  $Q_L$  et  $Q_0$  en indiquant la méthode utilisée.

Figure 3 : Principe pour la mesure du profil d'absorption.



Les étudiants particulièrement intéressés par les hyperfréquences pourront, sur leur demande, effectuer au deuxième semestre 2 TP spécifiques intégrés à l'UE12: "Physique expérimentale, modélisation numérique et anglais" destinés à montrer comment l'utilisation d'une cavité résonnante permet la détection d'un signal de résonance paramagnétique électronique (RPE). Pour cela, il faut se manifester dès que possible auprès de l'enseignant afin que ces TP soient effectivement programmés au deuxième semestre...

Un ouvrage utile :

Micro-ondes – 1. Lignes, guides et cavités, P. F. Combes, Dunod (1996)